

## DETALJNI IZVEDBENI NASTAVNI PLAN PREDMETA

| Opće informacije                                       |   |  |
|--|---|--|
| <b>Naziv predmeta</b>                                  | Uvod u diferencijalnu geometriju  |  |
| <b>Studijski program</b>                               | Preddiplomski studij Matematika   |  |
| <b>Godina</b>  | 3. godina   |  |
| <b>Status predmeta</b>                                 | Obvezatan   |  |
| <b>Web stranica predmeta</b>                           | <a href="https://moodle.srce.hr/2019-2020/">https://moodle.srce.hr/2019-2020/</a> |  |
| <b>Mogućnost izvođenja nastave na engleskom jeziku</b> | Da  |  |
| <b>Bodovna vrijednost i način izvođenja nastave</b>    | <b>ECTS koeficijent opterećenja studenata</b>                                     | 6  |
|  | <b>Broj sati (P+V+S)</b>  | 45+30+0  |
| <b>Nositelj predmeta</b>                               | <b>Ime i prezime</b>  | Milena Sošić   |
|  | <b>Ured</b>   | O - 307  |
|  | <b>Vrijeme za konzultacije</b>  | Ponedjeljak: 12 <sup>15</sup> – 13 <sup>00</sup>               |
|  | <b>Telefon</b>  | 584 – 673  |
|  | <b>e-adresa</b>   | <a href="mailto:msosic@math.uniri.hr">msosic@math.uniri.hr</a> |
| <b>Suradnici na predmetu</b>                           | <b>Ime i prezime</b>  | Milena Sošić   |
|  | <b>Ured</b>   | O – 307  |
|  | <b>Vrijeme za konzultacije</b>  | Četvrtak: 13 <sup>15</sup> – 14 <sup>00</sup>                  |
|  | <b>Telefon</b>  | 584 – 673  |
|  | <b>e-adresa</b>   | <a href="mailto:msosic@math.uniri.hr">msosic@math.uniri.hr</a> |

### 1. OPIS PREDMETA

#### 1.1. Ciljevi predmeta

Osnovni cilj kolegija je upoznati studente s pojmovima diferencijalne geometrije regularnih krivulja i ploha u prostoru.

U tu svrhu će se u okviru kolegija poticati studente na usvajanje, razumijevanje i primjenu nastavnih sadržaja prikazanih u sadržaju predmeta.

#### 1.2. Korelativnost i korespondentnost predmeta

Program kolegija Uvod u diferencijalnu geometriju u korelaciji je s ostalim kolegijima iz matematike posebice s kolegijima: Matematička analiza I, Matematička analiza II, Matematička analiza III, Linearna algebra I i Linearna algebra II.

#### 1.3. Očekivani ishodi učenja za predmet

Nakon odslušanog kolegija i položenog ispita očekuje se da će studenti:

- razlikovati regularne krivulje (regularne plohe) od proizvoljnih krivulja (ploha)
- objasniti izvod formule za izračunavanje duljine luka krivulje
- objasniti reparametrizaciju krivulje po duljini luka i razlikovati parametrizaciju krivulje po bilo kojem parametru od parametrizacije krivulje po duljini luka
- objasniti Frenetove formule i primijeniti ih u rješavanju zadataka
- opisati i usporediti zakrivljenost i torziju



- argumentirati i dokazati što mora biti zadovoljeno da prostorna krivulja bude pravac ili ravninska krivulja
- interpretirati i dokazati osnovni teorem teorije krivulja
- objasniti izvod i primjenu prve fundamentalne forme
- analizirati i razlikovati tangencijalnu ravninu plohe od oskulacione ravnine krivulje na danoj plohi
- objasniti izvod i primjenu druge fundamentalne forme
- interpretirati Meusnierov teorem
- objasniti i primijeniti operator oblika plohe
- objasniti i usporediti glavne zakrivljenosti, Gaussovu i srednju zakrivljenosti te primijeniti ih u rješavanju zadataka
- analizirati i razlikovati neke specijalne krivulje na plohi (crte krivine, asimptotske krivulje i geodetske krivulje)
- interpretirati Theorema Egregium i osnovni teorem teorije ploha

#### 1.4. Okvirni sadržaj predmeta

Vektorska polja. Regularne krivulje u prostoru. Duljina luka krivulje. Parametrizacija krivulje duljinom luka. Zakrivljenost i torzija krivulje. Polje trobrida. Frenetove formule. Osnovni teorem teorije krivulja. Regularne plohe u prostoru. Tangencijalna ravnina plohe i jedinični vektor plošne normale. Prva fundamentalna forma. Orijentacija plohe. Operator oblika plohe. Druga fundamentalna forma. Meusnierov teorem. Glavne zakrivljenosti. Gaussova (totalna) i srednja zakrivljenost plohe. Specijalne krivulje na plohi: crte krivine i asimptotske krivulje. Theorema Egregium. Osnovni teorem teorije ploha. Kovarijantna derivacija. Geodetske krivulje na plohi.

#### 1.5. Vrste izvođenja nastave

- predavanja
- seminari i radionice
- vježbe
- e-učenje
- terenska nastava
- praktična nastava
- praktikumska nastava

- samostalni zadaci
- multimedija i mreža
- laboratorijski rad
- projektna nastava
- mentorski rad
- konzultativna nastava
- ostalo

#### 1.6. Komentari

#### 1.7. Oblici praćenja studenata i način vrednovanja rada studenata tijekom nastave

Studenti su obavezni prisustvovati nastavi i aktivno sudjelovati u svim oblicima nastave.

Tijekom semestra ocjenjivati će pripremljenost studenta za nastavu kroz dvije kategorije: **kontinuirana provjera znanja (20 ocjenskih bodova) i kolokviji (50 ocjenskih bodova).**

U kategoriji **kontinuirana provjera znanja** predviđene su dvije pismene provjere znanja, od kojih se svaka ocjenjuje s najviše 10 ocjenskih bodova. Pismene provjere znanja ne moraju se najavljivati, pisati će se u terminu nastave u trajanju od 30 minuta, a obuhvaćati će gradivo obrađeno na predavanjima i na vježbama kao i zadatke zadane za samostalni rad studenta (koji će biti dostupni na web stranici sustava Merlin: <https://moodle.srce.hr/2019-2020/>). Pismene provjere znanja neće se ponavljati niti popravljati

U kategoriji **kolokviji** predviđena su dva kolokvija, od kojih se svaki ocjenjuje s najviše 25 ocjenskih bodova. Termini održavanja kolokvija određeni su ovim izvedbenim planom. Zadaci na kolokvijima biti će vezani uz gradivo obrađeno na predavanjima i vježbama kao i zadatke zadane za samostalni rad studenta.

Studentima će se omogućiti popravak, odnosno nadoknada **samo jednog kolokvija**. Pritom će se ostvareni bodovi zamijeniti s prethodno postignutim bodovima ponovljenog/nadoknađenog kolokvija.

Termini održavanja popravnog kolokvija određen je ovim izvedbenim planom.

Ako student ne pristupi nekoj pismenoj provjeri znanja/kolokvijiu, tretirati će se da je na toj pismenoj provjeri znanja/kolokvijiu postigao 0 bodova.

## 2. SUSTAV OCJENJIVANJA

### 2.1. Ocjenjivanje i vrednovanje rada studenata tijekom nastave te način polaganja ispita

Rad studenta na predmetu će se vrednovati i ocjenjivati **tijekom nastave i na završnom ispitu. Ukupan broj bodova koje student može ostvariti tijekom nastave je 70** (ocjenjuju se opisane aktivnosti studenata).

**Uvjet da bi se moglo pristupiti završnom ispitu:**

- tijekom nastave (kroz sve oblike kontinuiranog praćenja i vrednovanja studenata) treba ukupno skupiti barem 35 ocjenskih bodova od kojih barem 25 ocjenskih bodova mora biti iz kategorije **kolokviji** (vidi **minimalne uvjete za pristup ispitu**).

Na završnom ispitu je moguće ostvariti **maksimalno 30 bodova**. Prag prolaznosti na završnom ispitu ne može biti manji od 50% uspješno riješenog ispita. Ispit se polaže **kao usmena provjera znanja**.

Studenti koji tijekom nastave ostvare od 0 do 34,9 ocjenskih bodova koje je bilo moguće steći kroz oblike kontinuiranog praćenja i vrednovanja studenata ocjenjuju se ocjenom F (neuspješan), ne mogu steći ECTS bodove i moraju ponovno upisati predmet. Isto vrijedi i za studente koji u tri ponuđena ispitna roka ne polože završni ispit.

### 2.2. Minimalni uvjeti za pristup ispitu/prolaznu ocjenu

| AKTIVNOST KOJA SE BODUJE                    | MINIMALNI BROJ BODOVA |
|---|-----------------------|
| Kontinuirana provjera znanja<br>(10 bodova) | -                     |
| Kolokviji (50 bodova)                       | 25                    |
| <b>UKUPNO: (70 bodova)</b>                  | <b>35</b>             |
| <b>UKUPNO:</b>                              |                       |
| <b>OSTALI UVJETI:</b>                       |                       |

### 2.3. Formiranje konačne ocjene

Na temelju ukupnog zbroja ocjenskih bodova stečenih tijekom nastave i na završnom ispitu određuje se konačna ocjena prema sljedećoj raspodjeli:

| OCJENA | BODOVI                         |
|--------|--------------------------------|
| 5 (A)  | od 90 do 100 ocjenskih bodova  |
| 4 (B)  | od 75 do 89,9 ocjenskih bodova |
| 3 (C)  | od 60 do 74,9 ocjenskih bodova |
| 2 (D)  | od 50 do 59,9 ocjenskih bodova |
| 1 (F)  | od 0 do 49,9 ocjenskih bodova  |

## 3. LITERATURA

### 3.1. Obvezna literatura

1. Gray, Modern Differential Geometry of Curves and Surfaces with *Mathematica*, CRC Press, Boca Raton-Boston-London-New York-Washington, 1998.
2. Kamenarović, Diferencijalna geometrija, Sveučilište u Rijeci, Pedagoški fakultet, Rijeka, 1990.
3. B. Žarinac-Frančula, Diferencijalna geometrija, Zbirka zadataka i repertorij, Sveučilište u Zagrebu, Geodetski fakultet, Zagreb, 1980.

### 3.2. Dodatna literatura

1. M. Berger, Panoramic View of Riemannian Geometry, Springer Verlag, 2003.
2. M. P. do Carmo, Differential Geometry of Curves and Surfaces, Prentice Hall, 1976.

3. S.-S. Chern, W. H. Chen, K. S. Lan, Lectures on Differential Geometry, World Scientific Publishing, 1999.
4. D. W. Henderson, Differential Geometry: A Geometric Introduction, Prentice Hall, 1998.
5. W. Kuhnel, Differential Geometry: Curves - Surfaces - Manifolds, American Mathematical Society, 2002.
6. R. S. Miliman, G. D. Parker, Elements of Differential Geometry, Prentice-Hall, Engelwood Cliffs – New Jersey, 1997.
7. B. O'Neill, Elementary Differential Geometry, Academic Press, New York-San Francisco-London, 1966.
8. J. Oprea, Differential Geometry and Its Applications, 2<sup>nd</sup> edition, Prentice Hall, 2003.
9. Pressley, Elementary Differential Geometry, Undergraduate Mathematics Series, Springer Verlag, 2001.
10. J. A. Thorpe, Elementary Topics in Differential Geometry, Undergraduate Texts in Mathematics, Springer Verlag, 1994.

#### 4. DODATNE INFORMACIJE O PREDMETU

##### 4.1. Pohađanje nastave

Studenti smiju izostati **s najviše 30% predavanja i s najviše 30% vježbi te su dužni informirati se o nastavi s koje su izostali.** Ne tolerira se nikakav oblik remećenja nastave te korištenje mobitela za vrijeme nastave.

##### 4.2. Način informiranja studenata

Svi relevantni podaci i obavijesti o kolegiju bit će **objavljeni u okviru online kolegija.** Osobna odgovornost studenta je biti redovito informiran.

##### 4.3. Ostale relevantne informacije

Od studenata se očekuje visok stupanj samostalnosti i odgovornosti u radu. Tijekom rada na kolegiju poticat će se aktivni pristup učenju.

Prilikom izrade zadataka predviđenih planom i programom kolegija studenti se ne smiju služiti tuđim tekstom kao svojim. Svako neovlašteno preuzimanje tuđega teksta bez navođenja izvora smatra se intelektualnom krađom i podložno je sankcijama predviđenim važećim aktima! Uratke koje studenti budu slali putem sutava Merlin trebaju pripremiti prema uputi koju će dobiti na nastavi.

##### 4.4. Način praćenja kvalitete i uspješnosti izvedbe predmeta

Kvaliteta održane nastave prati se u skladu s aktima Odjela za matematiku i Sveučilišta u Rijeci. Krajem semestra provodit će se anonimna anketa u kojoj će studenti evaluirati kvalitetu održane nastave iz ovog predmeta. Nakon završetka semestra provest će se analiza uspješnosti studenata iz ovog predmeta.

##### 4.5. Ispitni rokovi

|                          |   |
|--------------------------|---|
| <b>Ljetni</b>            | 24. 6. 2020. u 10 <sup>15</sup> sati<br>8. 7. 2020. u 10 <sup>15</sup> sati |
| <b>Ljetni izvanredni</b> | 9.9.2020. u 10 <sup>15</sup> sati   |

## 5. SATNICA IZVOĐENJA NASTAVE I ODRŽAVANJA KOLOKVIJA U AKADEMSKOJ GODINI 2018/2019.

| DATUM             | VRIJEME                                  | OBLIK NASTAVE | NAZIV TEME   | GRUPA | PROSTORIJA   |
|-------------------|--|---------------|--|-------|--------------|
| 2.3.2020.         | 13 <sup>15</sup> - 15 <sup>45</sup>      | P             | Regularna parametrizacija krivulje.  |       | S31          |
| 5.3.2020.         | 14 <sup>15</sup> - 15 <sup>45</sup>      | V             | Regularna parametrizacija krivulje.  |       | S31          |
| 9.3.2020.         | 13 <sup>15</sup> - 15 <sup>45</sup>      | P             | Tangenta i normala na regularnu krivulju u $\mathbb{R}^n$  |       | S31          |
| 12.3.2020.        | 14 <sup>15</sup> - 15 <sup>45</sup>      | V             | Izračunavanje tangente i normale.  |       | S31          |
| 16.3.2020.        | 13 <sup>15</sup> - 15 <sup>45</sup>      | P             | Duljina luka krivulje.   |       | S31          |
| 19.3.2020.        | 14 <sup>15</sup> - 15 <sup>45</sup>      | V             | Izračunavanje duljine luka krivulje.   |       | S31          |
| 23.3.2020.        | 13 <sup>15</sup> - 15 <sup>45</sup>      | P             | Trobrid pratioc.   |       | S31          |
| 26.3.2020.        | 14 <sup>15</sup> - 15 <sup>45</sup>      | V             | Izračunavanje trobrida pratioca.   |       | S31          |
| 30.3.2020.        | 13 <sup>15</sup> - 15 <sup>45</sup>      | P             | Zakrivljenosti (fleksija i torzija).   |       | S31          |
| 2.4.2020.         | 14 <sup>15</sup> - 15 <sup>45</sup>      | V             | Izračunavanje fleksije i torzije.  |       | S31          |
| 6.4.2020.         | 13 <sup>15</sup> - 15 <sup>45</sup>      | P             | Izvod Frenet-Serretovih formula.   |       | S31          |
| 9.4.2020.         | 14 <sup>15</sup> - 15 <sup>45</sup>      | V             | Primjena Frenet-Serretovih formula.  |       | S31          |
| 16.4.2020.        | 14 <sup>15</sup> - 15 <sup>45</sup>      | V             | Primjena formula za zakrivljenosti i trobrid pratioc krivulje parametrizirane proizvoljnim parametrom. |       | S31          |
| 20.4.2020.        | 13 <sup>15</sup> - 15 <sup>45</sup>      | P             | Osnovni teorem teorije krivulja. Prirodna jednačba krivulje.   |       | S31          |
| <b>22.4.2020.</b> | <b>12<sup>15</sup> - 14<sup>00</sup></b> |               | <b>1. KOLOKVIJ</b>   |       | <b>O-027</b> |
| 23.4.2020.        | 14 <sup>15</sup> - 15 <sup>45</sup>      | V             | Prirodna jednačba krivulje.  |       | S31          |
| 27.4.2020.        | 13 <sup>15</sup> - 15 <sup>45</sup>      | P             | Regularna parametrizacija plohe.   |       | S31          |
| 30.4.2020.        | 14 <sup>15</sup> - 15 <sup>45</sup>      | V             | Regularna parametrizacija plohe.   |       | S31          |
| 4.5.2020.         | 13 <sup>15</sup> - 15 <sup>45</sup>      | P             | Tangencijalna ravnina i plošna normala.  |       | S31          |
| 7.5.2020.         | 14 <sup>15</sup> - 15 <sup>45</sup>      | V             | Tangencijalna ravnina i plošna normala..   |       | S31          |
| 11.5.2020.        | 13 <sup>15</sup> - 15 <sup>45</sup>      | P             | Prva fundamentalna forma.  |       | S31          |
| 14.5.2020.        | 14 <sup>15</sup> - 15 <sup>45</sup>      | V             | Primjena prve fundamentalne forme.   |       | S31          |
| 18.5.2020.        | 13 <sup>15</sup> - 15 <sup>45</sup>      | P             | Gaussovo preslikavanje, operator oblika plohe i druga fundamentalna forma.                             |       | S31          |
| 21.5.2020.        | 14 <sup>15</sup> - 15 <sup>45</sup>      | V             | Primjena druge fundamentalne forme.  |       | S31          |
| 25.5.2020.        | 13 <sup>15</sup> - 15 <sup>45</sup>      | P             | Gaussova i srednja zakrivljenost. Crte krivine.  |       | S31          |
| 28.5.2020.        | 14 <sup>15</sup> - 15 <sup>45</sup>      | V             | Izračunavanje glavnih zakrivljenosti, Gaussove i srednje zakrivljenosti i crta krivina.                |       | S31          |
| <b>1.6.2020.</b>  | <b>13<sup>15</sup> - 15<sup>00</sup></b> |               | <b>2. KOLOKVIJ</b>   |       | <b>S31</b>   |
| 1.6.2020.         | 15 <sup>15</sup> - 16 <sup>00</sup>      | P             | Osnovni teorem teorije ploha.  |       | S31          |
| 3.6.2020.         | 12 <sup>15</sup> - 13 <sup>45</sup>      | P             | Asimptotske krivulje.  |       | O-027        |
| 4.6.2020.         | 14 <sup>15</sup> - 15 <sup>45</sup>      | V             | Asimptotske krivulje.  |       | S31          |
| 8.6.2020.         | 13 <sup>15</sup> - 15 <sup>45</sup>      | P             | Geodetske krivulje.  |       | S31          |
| <b>10.6.2020.</b> | <b>12<sup>15</sup> - 14<sup>00</sup></b> |               | <b>POPRAVNI KOLOKVIJ</b>   |       | <b>O-027</b> |

Moguća su manja odstupanja u realizaciji izvedbenog plana.

P – predavanja  
V – auditorne vježbe  
VP – vježbe u praktikumu  
MV – metodičke vježbe  
S – seminari