

DETALJNI IZVEDBENI NASTAVNI PLAN PREDMETA

| Opće informacije | | |
|--------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------|
| Naziv predmeta | Vektorski prostori I | |
| Studijski program | 1. Diplomski studij Matematika nastavnički smjer 2. Diplomski studij Diskretna matematika i primjene | |
| Godina | druga godina na studijskom programu 1. prva godina na studijskom programu 2. | |
| Status predmeta | Obavezan na oba studijska programa | |
| Web stranica predmeta | merlin.srce.hr | |
| Mogućnost izvođenja nastave na engleskom jeziku | Da | |
| Bodovna vrijednost i način izvođenja nastave | ECTS koeficijent opterećenja studenata | 6 |
| | Broj sati (P+V+S) | 30 + 30 + 0 |
| Nositelj predmeta | Ime i prezime | Vera Tonic |
| | Ured | O-303 |
| | Vrijeme za konzultacije | utorak 14:00-15:00 četvrtak 11:00-12:00 |
| | Telefon | 584-684 |
| | e-adresa | vera.tonic@math.uniri.hr |
| Suradnici na predmetu | Ime i prezime | Luči Krnić |
| | Ured | O-332 |
| | Vrijeme za konzultacije | četvrtak 14:15-16:15 |
| | Telefon | |
| | e-adresa | |

1. OPIS PREDMETA

1.1. Ciljevi predmeta

Osnovni cilj kolegija jest upoznati studente s pojmovima teorije vektorskih prostora. U tu je svrhu u okviru kolegija potrebno:

- definirati vektorski prostor i opisati karakteristične primjere vektorskih prostora
- definirati linearne operatore i analizirati njihova svojstva
- analizirati matični prikaz linearnog operatora
- definirati adjungirani prostor
- definirati i analizirati invarijantne potprostore i svojstvene vrijednosti operatora
- opisati redukciju operatora na konačnodimenzionalnim vektorskim prostorima
- definirati bilinearne forme
- definirati i opisati svojstva normalnih operatora

1.2. Korelativnost i korespondentnost predmeta

Nema uvjeta

1.3. Očekivani ishodi učenja za predmet

Očekuje se da nakon odslušanog kolegija i položenog ispita studenti:

- poznaju osnovne primjere vektorskih prostora i linearnih operatora (A7, B7, C7)

- mogu argumentirano riješiti zadatke vezane uz izračunavanje ranga (A7, B7, C7, F7)
- mogu argumentirano odrediti baze adjungiranih prostora (A7, B7, C7)
- mogu argumentirano odrediti baze korijenskih potprostora (A7, B7, C7)
- mogu argumentirano primijeniti postupak redukcije operatora na konačnodimenzionalnim vektorskim prostorima na konkretnim zadacima (A7, B7, C7, F7)
- poznaju osnovne primjere unitarnih prostora (A7, B7, C7)
- poznaju osnovna svojstva bilinearnih formi (A7, B7, C7)
- poznaju osnovna svojstva i primjere normalnih operatora (A7, B7, C7)
- mogu matematički dokazati utemeljenost postupaka i formula kojima se služe u okviru ovog kolegija (A7, B7, C7, F7)

1.4. Okvirni sadržaj predmeta

Vektorski prostori, osnovni pojmovi i primjeri. Kvocijentni prostor. Linearni operatori, osnovni pojmovi i primjeri. Prostor $L(V,W)$. Algebra. Karakteristični i minimalni polinom. Adjungirani prostor i adjungirani operator. Invarijantni potprostori i svojstvene vrijednosti operatora. Nilpotentni operatori. Redukcija operatora na konačnodimenzionalnim vektorskim prostorima. Jordanova matrica operatora. Funkcije operatora. Geometrija unitarnih prostora. Struktura bilinearnih formi. Normalni operatori.

1.5. Vrste izvođenja nastave

- predavanja
 seminari i radionice
 vježbe
 e-učenje
 terenska nastava
 praktična nastava
 praktikumska nastava

- samostalni zadaci
 multimedija i mreža
 laboratorijski rad
 projektna nastava
 mentorski rad
 konzultativna nastava
 ostalo

1.6. Komentari

1.7. Oblici praćenja studenata i način vrednovanja rada studenata tijekom nastave

Svaki je student obavezan zadovoljiti uvjete za pristup završnom ispitu te položiti završni ispit iz ovog kolegija. Rad studenata prati se kontinuirano. Njihov rad se vrednuje i ocjenjuje tokom nastave i na završnom ispitu. Ukupan broj bodova koji student može ostvariti tokom nastave je 70. Završni ispit se boduje s maksimalno 30 bodova. Detaljna razrada načina praćenja i ocjenjivanja rada studenata bit će prikazana u poglavlju o sustavu ocjenjivanja.

2. SUSTAV OCJENJIVANJA

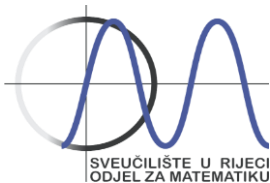
2.1. Ocjenjivanje i vrednovanje rada studenata tokom nastave i način polaganja ispita

Rad studenta na predmetu će se vrednovati i ocjenjivati tokom nastave i na završnom ispitu. **Ukupan broj bodova koje student može ostvariti tokom nastave je 70** (ocjenjuju se niže opisane aktivnosti studenata). Kroz sve oblike kontinuiranog praćenja i vrednovanja studenata tokom nastave treba ukupno skupiti barem 50%, tj. **35 od 70** ocjenskih bodova, da bi se moglo pristupiti završnom ispitu. Također, student mora ispuniti minimalne uvjete za pristup ispitu opisane u donjoj tablici. Na završnom ispitu moguće je ostvariti **maksimalno 30 bodova**. Prag prolaznosti na završnom ispitu ne može biti manji od 50% uspješno riješenog ispita. Završni ispit se polaže kao usmena provjera znanja.

Studenti koji tokom nastave ostvare od 0% do 49,9% ocjenskih bodova koje je bilo moguće steći kroz oblike kontinuiranog praćenja i vrednovanja studenata ocjenjuju se ocjenom F (neuspješan), ne mogu steći ECTS bodove i moraju ponovno upisati predmet. Isto vrijedi i za studente koji u tri ponuđena ispitna roka ne polože završni ispit.

NAČIN PRAĆENJA I OCJENJIVANJA STUDENATA TOKOM NASTAVE

KOLOKVIJI (ukupno **60** bodova): Organizirat će se dva kolokvija. Na svakom kolokviju student može ostvariti najviše 30 bodova, a za prolaz na kolokviju treba ostvariti najmanje 50% (za svaki kolokvij). Ako se ukaže potreba, krajem semestra organizirat ćemo jedan popravni kolokvij, pri čemu će se rezultat popravnog kolokvija uzimati kao konačan, bez obzira je li bolji ili lošiji od rezultata koji ste ispravljali.



KVIZOVI (vrlo kratki testovi) (10 bodova): Jednom tjedno (poslije svakih vježbi) bit će objavljeni zadaci za samostalan rad, tj. domaća zadaća, koja se neće pregledavati. Četiri puta u semestru održat će se najavljeni kviz, što je kratki test u trajanju od 10 do 20 minuta, koji može sadržavati kratko teorijsko pitanje i jedan zadatak vrlo sličan nekom zadatku iz zadaće od prethodnih tjedana. Svaki student može ostvariti ukupno najviše 10 bodova iz kvizova u toku semestra. **Popravaka za kvizove nema** (čak ni ako kviz propustite iz opravdanog razloga!), **ali nema ni minimalnih uvjeta**, tj. student smije sva četiri kviza propustiti i još uvijek se plasirati na završni ispit, pod uvjetom da iz dva kolokvija sakupi 35 bodova.

2.2. Minimalni uvjeti za pristup ispitu/prolaznu ocjenu

| AKTIVNOST KOJA SE BODUJE | MINIMALNI BROJ BODOVA |
|--------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Kolokvij 1 | barem 15 (od 30) |
| Kolokvij 2 | barem 15 (od 30) |
| Kvizovi | nema minimalnog zahtjeva, ali bodove koje ne skupite na kvizovima (do ukupno 35) morate nadoknaditi na kolokvijima |
| UKUPNO: | 35 |
| OSTALI UVJETI: | |

2.3. Formiranje konačne ocjene

Na temelju ukupnog zbroja ocjenskih bodova stečenih tijekom nastave i na završnom ispitu određuje se konačna ocjena prema sljedećoj raspodjeli:

| OCJENA | BODOVI |
|--------|--------------------------------|
| 5 (A) | od 90 do 100 ocjenskih bodova |
| 4 (B) | od 75 do 89,9 ocjenskih bodova |
| 3 (C) | od 60 do 74,9 ocjenskih bodova |
| 2 (D) | od 50 do 59,9 ocjenskih bodova |
| 1 (F) | od 0 do 49,9 ocjenskih bodova |

3. LITERATURA

3.1. Obavezna literatura

1. G. Muić, M. Primc, *Vektorski prostori*, skripta, Matematički odsjek, PMF, Zagreb
2. S. Kurepa, *Konačno dimenzionalni vektorski prostori i primjene*, Sveučilišna naklada Liber, Zagreb, 1976.
3. H. Kraljević, *Vektorski prostori*, skripta, Odjel za matematiku, Sveučilište u Osijeku

3.2. Dodatna literatura

1. P. R. Halmos, *Finite Dimensional Vector Spaces*, Van Nostrand, New York, 1958.
2. K. Horvatić, *Linearna algebra*, Golden marketing Tehnička knjiga, Zagreb, 2004.
3. S. Lang, *Linear algebra*, Springer Verlag, Berlin, 1987.

4. DODATNE INFORMACIJE O PREDMETU

4.1. Pohađanje nastave

Dolazak na kolokvije je obavezan. Pohađanje ostale nastave nije obavezno, ali je preporučljivo, a studenti koji propuste predavanja ili vježbe trebaju se sami informirati o nastavi s koje su izostali. Ne tolerira se nikakav oblik remećenja nastave, ni korištenje mobitela za vrijeme nastave.

4.2. Način informiranja studenata

Svi relevantni podaci i obavijesti o kolegiju bit će izneseni na web stranici kolegija (merlin.srce.hr), i u okviru predavanja i vježbi. Osobna odgovornost studenta je biti redovito informiran.

4.3. Ostale relevantne informacije

Od studenata se očekuje visok stupanj samostalnosti i odgovornosti u radu. Tokom rada na kolegiju poticati će se aktivni pristup učenju.

Prilikom izrade zadataka predviđenih planom i programom kolegija studenti se ne smiju služiti tuđim tekstom kao svojim. Svako neovlašteno preuzimanje tuđeg teksta bez navođenja izvora smatra se intelektualnom krađom i podložno je sankcijama predviđenim važećim aktima! Uratke koje studenti budu slali putem sutava Merlin trebaju pripremiti prema uputi koju će dobiti na nastavi.

4.4. Način praćenja kvalitete i uspješnosti izvedbe predmeta

Kvaliteta održane nastave prati se u skladu s aktima Odjela za matematiku i Sveučilišta u Rijeci. Krajem semestra provodit će se anonimna anketa u kojoj će studenti evaluirati kvalitetu održane nastave iz ovog predmeta. Nakon završetka semestra provest će se analiza uspješnosti studenata iz ovog predmeta.

4.5. Ispitni rokovi

| | |
|----------------------------|-------------------------------------------------------------------|
| Zimski | četvrtak, 4.2.2021., u 10 sati četvrtak, 18.2.2021., u 10 sati |
| Proletni izvanredni | četvrtak, 18.3.2021., u 14 sati |

5. SATNICA IZVOĐENJA NASTAVE I ODRŽAVANJA KOLOKVIJA U AKADEMSKOJ GODINI 2020./2021.*

| DATUM | VRIJEME | OBLIK NASTAVE | NAZIV TEME | GRUPA | PROSTORIJA |
|-------------|-------------|-------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------|------------|
| | | Predavanja | | | |
| 1.10.2020. | 12:15-13:45 | P | Uvodno predavanje. Motivacija. Vektorski prostori, osnovni pojmovi i primjeri. | svi | O-335 |
| 8.10.2020. | 12:15-13:45 | P | Linearni operatori. Koordinatizacija, matrica operatora. | svi | O-335 |
| 15.10.2020. | 12:15-13:45 | P | Algebra operatora. Determinanta i svojstveni polinom operatora. Adjungirani prostor i adjungirani operator. | svi | O-335 |
| 22.10.2020. | 12:15-13:45 | P | Minimalni polinom operatora. Invarijantni potprostori i svojstvene vrijednosti operatora. | svi | O-335 |
| 29.10.2020. | 12:15-13:45 | P | Nilpotentni operatori. | svi | O-335 |
| 5.11.2020. | 12:15-13:45 | P | Poluprosti operatori. | svi | O-335 |
| 12.11.2020. | 12:15-13:45 | P | Korijenski potprostor. Redukcija operatora na konačno-dimenzionalnim vektorskim prostorima. | svi | O-335 |
| 19.11.2020. | 12:15-13:45 | P | Jordanova matrica operatora. | svi | O-335 |
| 26.11.2020. | 12:15-13:45 | P | Funkcija operatora. Algebra polinoma operatora. | svi | O-335 |
| 3.12.2020. | 12:15-13:45 | P | Geometrija unitarnih prostora. Bilinearne forme. | svi | O-335 |
| 10.12.2020. | 12:15-13:45 | P | Gramova matrica i determinanta. Gram-Schmidtov postupak ortogonalizacije. | svi | O-335 |
| 17.12.2020. | 12:15-13:45 | P | Reprezentacija linearnog funkcionala i hermitsko adjungiranje. | svi | O-335 |
| 7.1.2021. | 12:15-13:45 | P | Unitarni i hermitski operatori. QR-faktorizacija. | svi | O-335 |
| 14.1.2021. | 12:15-13:45 | P | Dijagonalizacija unitarnog i hermitskog operatora. | svi | O-335 |
| 21.1.2021. | 12:15-13:45 | P | Normalni operatori. | svi | O-335 |
| | | Vježbe | | | |
| 2.10.2020. | 12:15-13:45 | AV | Uvodne vježbe. Vektorski prostori, osnovni pojmovi i primjeri. | svi | O-355 |
| 9.10.2020. | 12:15-13:45 | AV | Kvocijentni prostor. | svi | O-355 |



| | | | | | |
|--------------------|-------------|----|-------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|-------|
| 16.10.2020. | 12:15-13:45 | AV | Linearni operatori. | svi | O-355 |
| 23.10.2020. | 12:15-13:45 | AV | KVIZ 1 Dualni prostor. Anihilatori. | svi | O-355 |
| 30.10.2020. | 12:15-13:45 | AV | Spektar, svojstveni i minimalni polinom. | svi | O-355 |
| 6.11.2020. | 12:15-13:45 | AV | KVIZ 2 Invarijantni potprostori i svojstvene vrijednosti operatora. | svi | O-355 |
| 13.11.2020. | 12:15-13:45 | AV | Nilpotentni operatori. | svi | O-355 |
| 20.11.2020. | 12:15-13:45 | | 1. KOLOKVIJ | svi | O-355 |
| 27.11.2020. | 12:15-13:45 | AV | Jordanova forma operatora. | svi | O-355 |
| 4.12.2020. | 12:15-13:45 | AV | Jordanova forma operatora, nastavak. | svi | O-355 |
| 11.12.2020. | 12:15-13:45 | AV | KVIZ 3 Funkcije operatora. Unitarni prostori. | svi | O-355 |
| 18.12.2020. | 12:15-13:45 | AV | Ortonormirana baza. Gram-Schmidtov postupak. Linearni operatori na unitarnim prostorima. | svi | O-355 |
| 8.1.2021. | 12:15-13:45 | AV | KVIZ 4 Linearni operatori na unitarnim prostorima, nastavak. Unitarni i normalni operatori. | svi | O-355 |
| 15.1.2021. | 12:15-13:45 | AV | Hermitski i pozitivni operatori. Polarna forma. | svi | O-355 |
| 22.1.2021. | 12:15-13:45 | | 2. KOLOKVIJ | svi | O-355 |

**Moguća su manja odstupanja u realizaciji izvedbenog plana.*

Do 40% planirane nastave može biti održano online.

Ukoliko se ukaže potreba za održavanjem jednog popravnog kolokvija, popravni kolokvij će se održati u toku tjedna od 25. do 29. 1. 2021., izvan uobičajenih nastavnih termina.

P – predavanja

AV – auditorne vježbe