

## DETALJNI IZVEDBENI NASTAVNI PLAN KOLEGIJA

Opće informacije		
<b>Naziv kolegija</b>	Mjera i integral	
<b>Studijski program</b>	Sveučilišni diplomski studij Diskretna matematika i primjene	
<b>Godina</b>	I	
<b>Status kolegija</b>	Obvezatan	
<b>Web stranica kolegija</b>	<a href="https://moodle.srce.hr">https://moodle.srce.hr</a>	
<b>Mogućnost izvođenja nastave na engleskom jeziku</b>	Da (uz odobrenje Fakultetskog Vijeća)	
<b>Bodovna vrijednost i način izvođenja nastave</b>	<b>ECTS koeficijent opterećenja studenata</b>	6
	<b>Broj sati (P+V+S)</b>	30+30+0
<b>Nositelj kolegija</b>	<b>Ime i prezime</b>	Davor Dragičević
	<b>Ured</b>	O-320
	<b>Vrijeme za konzultacije</b>	Ponedjeljak, 16:00-17:30
	<b>Telefon</b>	584-650
	<b>e-adresa</b>	ddragicevic@math.uniri.hr
<b>Suradnici na kolegiju</b>	<b>Ime i prezime</b>	Davor Dragičević
	<b>Ured</b>	O-320
	<b>Vrijeme za konzultacije</b>	
	<b>Telefon</b>	
	<b>e-adresa</b>	

### 1. OPIS PREDMETA

#### 1.1. Ciljevi kolegija

Osnovni cilj kolegija jest upoznati studente s osnovnim pojmovima teorije mjere i integrala. U tu je svrhu u okviru kolegija potrebno:

- definirati mjeru i analizirati njena svojstva;
- opisati osnovne primjere prostora s mjerom;
- definirati Lebesgueovu mjeru i analizirati njena svojstva;
- definirati pojam izmjerive funkcije;
- definirati integral funkcije na prostoru s mjerom i analizirati njegova svojstva;
- dokazati Lebesgueov teorem o monotonij i dominiranoj konvergenciji te Fatouovu lemu;
- opisati konstrukciju produktne mjere te dokazati Fubinijev teorem;
- opisati pojmove apsolutne neprekidnosti i singularnosti mjere;
- dokazati Radon-Nikodymov teorem;
- analizirati vezu između Riemannovog i Lebesgueovog integrala.

#### 1.2. Korelativnost i korespondentnost kolegija

Kolegij je u korelaciji s kolegijem Teorija vjerojatnosti.

#### 1.3. Očekivani ishodi učenja za kolegij

Nakon odslušanog predmeta i položenog ispita studenti će:

- I1. argumentirano primjenjivati svojstva mjere i integrala (A7,B7,C7),
- I2. analizirati primjere mjera s posebnim naglaskom na Lebesgueovu mjeru (A7,B7,C7),
- I3. argumentirano koristiti teoreme o konvergenciji u rješavanju zadataka (A7,B7,C7,F7),
- I4. argumentiranu koristiti Fubinijev teorem u rješavanju zadataka (A7,B7,C7,F7),
- I5. analizirati pojmove apsolutne neprekidnosti i singularnosti mjere te odnose među njima (A7,B7,C7,F7),
- I6. analizirati veze i razlike između Riemannovog i Lebesgueovog integrala (A7,B7,C7),
- I7. matematički dokazati utemeljenost postupaka i formula kojima se služe u okviru ovog kolegija. (A7,B7,C7,F7).

#### 1.4. Okvirni sadržaj kolegija

Prsten, algebra,  $\sigma$ -algebra skupova. Borelovi skupovi. Mjera, vanjska mjera. Lebesgueova mjera. Teoremi o monotonij i dominiranoj konvergenciji, Fatouva lema. Produkt mjera. Fubinijev teorem. Apsolutna neprekidnost i singularnost mjera. Radon-Nikodymov teorem. Veza Riemannovog i Lebesgueovog integrala.

#### 1.5. Vrste izvođenja nastave

- predavanja
- seminari i radionice
- vježbe
- e-učenje
- terenska nastava
- praktična nastava
- praktikumska nastava

- samostalni zadaci
- multimedija i mreža
- laboratorijski rad
- projektna nastava
- mentorski rad
- konzultativna nastava
- ostalo \_\_\_\_\_

#### 1.6. Komentari

#### 1.7. Oblici praćenja studenata i način vrednovanja rada studenata tijekom nastave

U toku semestra, u terminima predviđenim tablicom 5, održat će se dva (pisana) kolokvija sa zadacima i teorijskim pitanjima iz obrađenog gradiva. Na kolokvijima je moguće ukupno skupiti 50 bodova (25 bodova po pojedinom kolokviju). U predviđenom terminu omogućit će se popravak, odnosno nadoknada, jednog kolokvija po odabiru.

#### 1.8. Konstruktivno povezivanje

ISHODI UČENJA	SADRŽAJ	NASTAVNE AKTIVNOSTI	METODE VREDNOVANJA
I1	argumentirano primjenjivati svojstva mjere i integrala	Kroz predavanja, auditorne vježbe, rasprave i samostalni rad primjenjivat će se sljedeće metode učenja i poučavanja: metoda usmenog izlaganja, metoda razgovora, metoda čitanja i rada na tekstu.	pisane provjere znanja, usmeni ispit
I2	analizirati primjere mjera s posebnim naglaskom na Lebesgueovu mjeru		
I3	argumentirano koristiti teoreme o konvergenciji u rješavanju zadataka		
I4	argumentiranu koristiti Fubinijev teorem u rješavanju zadataka		
I5	analizirati pojmove apsolutne neprekidnosti i singularnosti mjere te odnose među njima		

16	analizirati veze i razlike između Riemannovog i Lebesgueovog integrala		
17	matematički dokazati utemeljenost postupaka i formula kojima se služe u okviru ovog kolegija		

## 2. SUSTAV OCJENJIVANJA

### 2.1. Ocjenjivanje i vrednovanje rada studenata tijekom nastave te način polaganja ispita

Rad studenta na kolegiju će se vrednovati i ocjenjivati tijekom nastave i na završnom ispitu. Ukupan broj bodova koje student može ostvariti tijekom nastave je 50 (ocjenjuju se opisane aktivnosti studenata). Kroz sve oblike kontinuiranog praćenja i vrednovanja studenata tijekom nastave treba ukupno skupiti barem 50% ocjenskih bodova da bi se moglo pristupiti završnom ispitu. Na završnom ispitu je moguće ostvariti maksimalno 50 bodova. Prag prolaznosti na završnom ispitu ne može biti manji od 50% uspješno riješenog ispita. Ispit se polaže kao usmena provjera znanja. Studenti koji tijekom nastave ostvare od 0% do 49,9% ocjenskih bodova koje je bilo moguće steći kroz oblike kontinuiranog praćenja i vrednovanja studenata ocjenjuju se ocjenom F (neuspješan), ne mogu steći ECTS bodove i moraju ponovno upisati predmet. Isto vrijedi i za studente koji u tri ponuđena ispitna roka ne polože završni ispit.

### 2.2. Minimalni uvjeti za pristup ispitu/prolaznu ocjenu

AKTIVNOST KOJA SE BODUJE	MINIMALNI BROJ BODOVA
Kolokviji	/
	/
<b>UKUPNO:</b>	25
<b>OSTALI UVJETI:</b>	/

### 2.3. Formiranje konačne ocjene

Na temelju ukupnog zbroja ocjenskih bodova stečenih tijekom nastave i na završnom ispitu određuje se konačna ocjena prema sljedećoj raspodjeli:

OCJENA	BODOVI
5 (A)	od 90 do 100 ocjenskih bodova
4 (B)	od 75 do 89,9 ocjenskih bodova
3 (C)	od 60 do 74,9 ocjenskih bodova
2 (D)	od 50 do 59,9 ocjenskih bodova
1 (F)	od 0 do 49,9 ocjenskih bodova

## 3. LITERATURA

### 3.1. Obvezna literatura

1. Sibe Mardešić: Matematička analiza II, Školska knjiga, Zagreb, 1977.
2. Donald L.Cohn: Measure theory, Birkhäuser Boston, 1994.

### 3.2. Dodatna literatura

1. P.Halmos: Measure theory, Springer-Verlag, New York, 1974
2. N.Antonić, M.Vrdoljak: Mjera i integral, PMF-Matematički odjel, Zagreb, 2001

#### 4. DODATNE INFORMACIJE O KOLEGIJU

##### 4.1. Pohađanje nastave

Studenti su dužni informirati se o nastavi s koje su izostali. Ne tolerira se nikakav oblik remećenja nastave te korištenje mobitela i drugih elektroničkih uređaja za vrijeme nastave.

##### 4.2. Način informiranja studenata

Svi relevantni podaci i obavijesti o kolegiju bit će objavljeni u okviru online kolegija. Osobna odgovornost studenta je biti redovito informiran.

##### 4.3. Ostale relevantne informacije

Od studenata se očekuje visok stupanj samostalnosti i odgovornosti u radu. Tijekom rada na kolegiju poticat će se aktivni pristup učenju.

##### 4.4. Način praćenja kvalitete i uspješnosti izvedbe kolegija

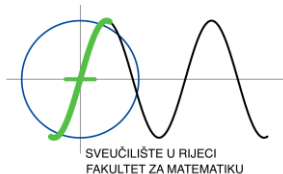
Kvaliteta održane nastave prati se u skladu s aktima Fakulteta za matematiku i Sveučilišta u Rijeci. Krajem semestra provodit će se anonimna anketa u kojoj će studenti evaluirati kvalitetu održane nastave iz ovog kolegija. Nakon završetka semestra provest će se analiza uspješnosti studenata iz ovog kolegija.

##### 4.5. Ispitni rokovi

<b>Zimski</b>	9.2 u 10:00 i 23.2 u 10:00
<b>Izvanredni</b>	14.3 u 14:00
<b>Jesenski</b>	

#### 5. SATNICA IZVOĐENJA NASTAVE U AKADEMSKOJ GODINI 2023/2024.

DATUM	VRIJEME	OBLIK NASTAVE	NAZIV TEME	GRUPA	PROSTORIJA
2.10.2023	12:15-14:00	P	Uvodno predavanje. Motivacija	Svi	O-335
6.10.2023	8:15-10:00	P	Osnovni pojmovi: sigma algebra, mjera i izmjeriv prostor, osnovni primjeri.	Svi	O-335
9.10.2023	12:15-14:00	AV	Osnovni pojmovi: sigma algebra, mjera i izmjeriv prostor, osnovni primjeri.	Svi	O-335
13.10.2023	8:15-10:00	P	Konstrukcija Lebesgueove mjere I	Svi	O-335
16.10.2023	12:15-14:00	AV	Izmjerivi prostori	Svi	O-335
20.10.2023	8:15-10:00	P	Konstrukcija Lebesgueove mjere II	Svi	O-335
23.10.2023	12:15-14:00	AV	Konstrukcija mjera i primjeri	Svi	O-335
27.10.2023	8:15-10:00	P	Konstrukcija Lebesgueove mjere III	Svi	O-335
30.10.2023	12:15-14:00	AV	Lebesgueova mjera	Svi	O-335
3.11.2023	8:15-10:00	P	Borelove mjere na R	Svi	O-335
6.11.2023	12:15-14:00	AV	Borelove mjere na R	Svi	O-335
10.11.2023	8:15-10:00	P	Izmjerive funkcije	Svi	O-335
13.11.2023	12:15-14:00	AV	Izmjerive funkcije	Svi	O-335



**Sveučilište u Rijeci • Fakultet za matematiku**

Radmile Matejčić 2 • 51 000 Rijeka • Hrvatska

T: (051) 584-650 • F: (051) 584-699

<http://www.math.uniri.hr> • e-adresa: math@math.uniri.hr

17.11.2023	8:15-10:00	P	Definicija Lebesgueovog integrala i osnovna svojstva. Veza Riemannovog i Lebesgueovog integrala.	Svi	O-335
20.11.2023	12:15-14:00	AV	Lebesgueov integral	Svi	O-335
24.11.2023	8:15-10:00	P	Teoremi o monotonij i dominiranoj konvergenciji. Fatouova lema.	Svi	O-335
27.11.2023	12:15-14:00	AV	Teoremi o konvergenciji	Svi	O-335
1.12.2023	8:15-10:00	AV	<b>Prvi kolokvij</b>	Svi	O-335
4.12.2023	12:15-14:00	P	Lp prostori I	Svi	O-335
8.12.2023	8:15-10:00	P	Lp prostori II	Svi	O-335
11.12.2023	12:15-14:00	AV	Lp prostori	Svi	O-335
15.12.2023	8:15-10:00	P	Načini konvergencije	Svi	O-335
18.12.2023	12:15-14:00	AV	Načini konvergencije	Svi	O-335
22.12.2023	8:15-10:00	P	Apsolutna neprekidnost i singularnost mjere	Svi	O-335
08.01.2024	12:15-14:00	AV	Apsolutna neprekidnost i singularnost mjere	Svi	O-335
12.01.2024	8:15-10:00	P	Radon-Nikodymov teorem	Svi	O-335
15.01.2024	12:15-14:00	AV	Radon-Nikodymov teorem.	Svi	O-335
19.01.2024	8:15-10:00	AV	<b>Drugi kolokvij</b>	Svi	O-335
22.01.2024	12:15-14:00	P	Prostor produktne mjere. Fubinijev teorem	Svi	O-335
26.01.2024	8:15-10:00	AV	Popravne aktivnosti	Svi	O-335

*Moguća su manja odstupanja u realizaciji izvedbenog plana.*

*Do 40% planirane nastave može biti održano online.*

P – predavanja

AV – auditorne vježbe

VP – vježbe u praktikumu

MV – metodičke vježbe

S – seminari