

## DETALJNI IZVEDBENI NASTAVNI PLAN KOLEGIJA

Opće informacije		
<b>Naziv kolegija</b>	Teorija vjerojatnosti	
<b>Studijski program</b>	Sveučilišni diplomski studij Diskretna matematika i primjene	
<b>Godina</b>	1.	
<b>Status kolegija</b>	Obvezatan	
<b>Web stranica kolegija</b>	<a href="https://moodle.srce.hr">https://moodle.srce.hr</a>	
<b>Mogućnost izvođenja nastave na engleskom jeziku</b>	Da, prema potrebi	
<b>Bodovna vrijednost i način izvođenja nastave</b>	<b>ECTS koeficijent opterećenja studenata</b>	6
	<b>Broj sati (P+V+S)</b>	30 + 30 + 0
<b>Nositelj kolegija</b>	<b>Ime i prezime</b>	Danijel Krizmanić
	<b>Ured</b>	O-312
	<b>Vrijeme za konzultacije</b>	po dogovoru
	<b>Telefon</b>	051/584-664
	<b>e-adresa</b>	<a href="mailto:dkrizmanic@math.uniri.hr">dkrizmanic@math.uniri.hr</a>
<b>Suradnici na kolegiju</b>	<b>Ime i prezime</b>	
	<b>Ured</b>	
	<b>Vrijeme za konzultacije</b>	
	<b>Telefon</b>	
	<b>e-adresa</b>	

### 1. OPIS PREDMETA

#### 1.1. Ciljevi kolegija

Cilj ovog kolegija jest upoznati studente s osnovnim pojmovima, metodama i rezultatima teorije vjerojatnosti. U tu je svrhu u okviru kolegija potrebno:

- definirati mjeru i opisati osnovne primjere prostora s mjerom,
- definirati Lebesgueovu mjeru i analizirati njena svojstva,
- definirati integral funkcije na prostoru s mjerom i analizirati njegova svojstva,
- definirati slučajne varijable i analizirati njihova osnovna svojstva,
- definirati funkcije distribucije i opisati klasifikaciju slučajnih varijabli,
- definirati matematičko očekivanje i varijancu, te dokazati granične teoreme za matematičko očekivanje,
- opisati osnovne tipove konvergencije slučajnih varijabli te njihove odnose,
- dokazati slabe i jake zakone velikih brojeva,
- opisati konvergenciju redova slučajnih varijabli,
- definirati pojam karakteristične funkcije slučajne varijable te analizirati osnovna svojstva,
- karakterističnih funkcija dokazati klasične centralne granične teoreme.

#### 1.2. Korelativnost i korespondentnost kolegija

Program kolegija je u korelaciji s više matematičkih kolegija, posebno s kolegijima Uvod u vjerojatnost i matematičku statistiku i Statistika.

#### 1.3. Očekivani ishodi učenja za kolegij

Nakon odslušanog predmeta i položenog ispita studenti će:

11. argumentirano primjenjivati svojstva mjere i integrala (A7, B7, C7),
12. analizirati primjere mjera s posebnim naglaskom na Lebesgueovu mjeru (A7, B7, C7),
13. argumentirano koristiti slučajne varijable i njihova svojstva u rješavanju zadataka (A7, B7, E4, F5),
14. objasniti klasifikaciju slučajnih varijabli (A7, B7, E4, F5),
15. argumentirano primjenjivati granične teoreme za matematičko očekivanje (A7, B7, E4, F5),
16. nabrojati osnovne tipove konvergencije slučajnih varijabli te opisati njihove međusobne odnose (A7, B7, E4, F5),
17. opisati slabe i jake zakone velikih brojeva te konvergenciju redova slučajnih varijabli (A7, B7, E4, F5),
18. argumentirano primjenjivati svojstva karakterističnih funkcija u rješavanju zadataka (A7, B7, E4, F5),
19. argumentirano primjenjivati klasične centralne granične teoreme (A7, B7, E4, F5),
110. matematički dokazati utemeljenost postupaka i formula kojima se služe u okviru ovog predmeta (A7, B7, E4, F5).

#### 1.4. Okvirni sadržaj kolegija

Prsten, algebra,  $\sigma$ -algebra skupova. Borelovi skupovi. Mjera, vanjska mjera. Lebesgueova mjera. Slučajne varijable. Funkcije distribucije. Klasifikacija slučajnih varijabli. Matematičko očekivanje. Granični teoremi za matematičko očekivanje. Konvergencija slučajnih varijabli. Nezavisnost slučajnih varijabli. Zakoni velikih brojeva. Konvergencija redova slučajnih varijabli. Karakteristične funkcije. Centralni granični teoremi.

#### 1.5. Vrste izvođenja nastave

- predavanja  
 seminari i radionice  
 vježbe  
 e-učenje  
 terenska nastava  
 praktična nastava  
 praktikumska nastava

- samostalni zadaci  
 multimedija i mreža  
 laboratorijski rad  
 projektna nastava  
 mentorski rad  
 konzultativna nastava  
 ostalo \_\_\_\_\_

#### 1.6. Komentari

#### 1.7. Oblici praćenja studenata i način vrednovanja rada studenata tijekom nastave

Studenti su obavezni aktivno sudjelovati u svim oblicima nastave, ostvariti određeni broj bodova kroz semestar te položiti završni ispit.

Tijekom semestra pisat će se dva kolokvija koji će uključivati zadatke vezane uz gradivo obrađeno na vježbama. Na svakom se kolokviju može ostvariti najviše 25 ocjenskih bodova, dakle ukupno na dva kolokvija 50 ocjenskih bodova.

U predviđenom terminu svaki će student imati mogućnost popravljati jedan kolokvij po izboru. Bodovi ostvareni na kolokviju kojeg se želi popravljati se brišu te se mjerodavnim smatraju bodovi ostvareni na ponovljenom (popravnom) kolokviju. Umjesto popravka jednog kolokvija student može pristupiti pisanom ispitu koji obuhvaća gradivo obrađeno na cjelokupnim vježbama. Na tom pisanom ispitu se može ostvariti najviše 50 ocjenskih bodova, a dobiveni bodovi zamjenjuju bodove ostvarene na kolokvijima.

#### 1.8. Konstruktivno povezivanje

ISHODI UČENJA	SADRŽAJ	NASTAVNE AKTIVNOSTI	METODE VREDNOVANJA
I1	Prsten, algebra, $\sigma$ -algebra skupova. Borelovi skupovi. Mjera, vanjska mjera. Lebesgueova mjera.	Kroz predavanja, audiorne vježbe, rasprave i samostalni rad studenata primjenjivat će se sljedeće metode učenja i poučavanja: metoda usmenog izlaganja, metoda	pisane provjere znanja, usmeni ispit
I2	Mjera, vanjska mjera. Lebesgueova mjera.		
I3	Slučajne varijable. Funkcije distribucije.		
I4	Klasifikacija slučajnih varijabli		

15	Matematičko očekivanje. Granični teoremi za matematičko očekivanje.	razgovora, metoda pisanja, te metoda čitanja i rada na tekstu.	
16	Konvergencija slučajnih varijabli.		
17	Zakoni velikih brojeva. Konvergencija redova slučajnih varijabli.		
18	Karakteristične funkcije		
19	Centralni granični teoremi		
110	Cjelokupni sadržaj kolegija		

## 2. SUSTAV OCJENJIVANJA

### 2.1. Ocjenjivanje i vrednovanje rada studenata tijekom nastave te način polaganja ispita

Rad studenta na kolegiju će se vrednovati i ocjenjivati tijekom nastave i na završnom ispitu.

Pravo na pristupanje završnom ispitu imaju studenti koji su tijekom nastave ostvarili ukupno najmanje 25 ocjenskih bodova. Pristupanje završnom ispitu moguće je na tri ispitna roka. Završni ispit je pisani i/ili usmeni, i na njemu se provjerava cjelokupno gradivo obrađeno na predavanjima i vježbama (teorija s predavanja i zadaci s vježbi).

Student koji zadovolji minimalne kriterije za prolaz na završnom ispitu, ostvarit će minimalno 25, a maksimalno 50 ocjenskih bodova (prema stupnju razumijevanja gradiva i usvajanja ishoda učenja).

### 2.2. Minimalni uvjeti za pristup ispitu/prolaznu ocjenu

AKTIVNOST KOJA SE BODUJE	MINIMALNI BROJ BODOVA
Kolokviji	25
<b>UKUPNO:</b>	25
<b>OSTALI UVJETI:</b>	-

### 2.3. Formiranje konačne ocjene

Na temelju ukupnog zbroja ocjenskih bodova stečenih tijekom nastave i na završnom ispitu određuje se konačna ocjena prema sljedećoj raspodjeli:

OCJENA	BODOVI
5 (A)	od 90 do 100 ocjenskih bodova
4 (B)	od 75 do 89,9 ocjenskih bodova
3 (C)	od 60 do 74,9 ocjenskih bodova
2 (D)	od 50 do 59,9 ocjenskih bodova
1 (F)	od 0 do 49,9 ocjenskih bodova

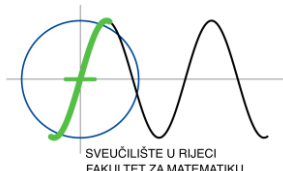
## 3. LITERATURA

### 3.1. Obvezna literatura

1. N. Sarapa, Teorija vjerojatnosti, Školska knjiga, Zagreb, 2002.
2. A. Gut, Probability: A Graduate Course, Springer, New York, 2013.
3. D. L. Cohn, Measure theory, Birkhäuser, New York, 2013.
4. S. Mardešić, Matematička analiza II, Školska knjiga, Zagreb, 1989.

### 3.2. Dodatna literatura

1. R. Durrett, Probability: theory and examples, Duxbury Press, Belmont, 1996.
2. S. I. Resnick, A Probability Path, Birkhäuser, New York, 2014.



3. S. Axler, Measure, Integration & Real Analysis, Springer Open, 2020., <https://measure.axler.net/MIRA.pdf>  
 4. N. Antičić, M. Vrdoljak, Mjera i integral, PMF-Matematički odjel, Zagreb, 2001.

#### 4. DODATNE INFORMACIJE O KOLEGIJU

##### 4.1. Pohađanje nastave

Od studenata se očekuje aktivno sudjelovanje u svim oblicima nastave. Student je dužan informirati se o nastavi s koje je izostao te o svim zadacima koji su pritom zadani. Korištenje mobitela tijekom nastave, na kolokvijima, provjerama i ispitima je zabranjeno. Studenti su dužni poštovati norme Etičkog kodeksa Sveučilišta u Rijeci.

##### 4.2. Način informiranja studenata

Sve relevantne informacije o predavanjima i vježbama te o svojim obavezama, studenti će moći dobiti tijekom nastave i konzultacija, te putem sustava Merlin. Povratne informacije o vlastitom radu i napredovanju na nastavi student će dobivati na konzultacijama ili putem sustava Merlin (te eventualno putem e-maila po dogovoru). Studenti su obavezni redovito provjeravati obavijesti na pripadnom e-kolegiju u sustavu Merlin.

##### 4.3. Ostale relevantne informacije

Od studenata se očekuje visok stupanj samostalnosti i odgovornosti u radu. Također, od studenata se očekuje poznavanje engleskog jezika (čitanje i razumijevanje teksta na engleskom jeziku).

##### 4.4. Način praćenja kvalitete i uspješnosti izvedbe kolegija

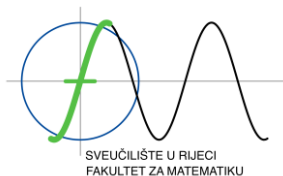
Kvaliteta održane nastave prati se u skladu s aktima Fakulteta za matematiku i Sveučilišta u Rijeci. Krajem semestra provodit će se anonimna anketa u kojoj će studenti evaluirati kvalitetu održane nastave iz ovog kolegija. Nakon završetka semestra provest će se analiza uspješnosti studenata iz ovog kolegija.

##### 4.5. Ispitni rokovi

<b>Zimski</b>	1.2.2024.
	15.2.2024.
<b>Izvanredni</b>	18.3.2024.
<b>Jesenski</b>	9.9.2024.

#### 5. SATNICA IZVOĐENJA NASTAVE U AKADEMSKOJ GODINI 2023/2024.

DATUM	VRIJEME	OBLIK NASTAVE	NAZIV TEME	GRUPA	PROSTORIJA
2.10.2023.	14:15-16:00	P	Uvod	svi	O-355
4.10.2023.	10:15-12:00	P	Osnovni pojmovi: sigma algebra, mjera i izmjeriv prostor	svi	O-S31
9.10.2023.	14:15-16:00	P	Konstrukcija Lebesgueove mjere I	svi	O-355
11.10.2023.	10:15-12:00	AV	Familije skupova	svi	O-S31
16.10.2023.	14:15-16:00	P	Konstrukcija Lebesgueove mjere II	svi	O-355
18.10.2023.	10:15-12:00	AV	Konstrukcija mjera i primjeri	svi	O-S31
30.10.2023.	14:15-18:00	P	Izmjerive funkcije Lebesgueov integral	svi	O-355
6.11.2023.	14:15-18:00	AV	Izmjerive funkcije Lebesgueov integral	svi	O-355
8.11.2023.	10:15-12:00	P	Slučajne varijable i funkcije distribucije	svi	O-S31
13.11.2023.	14:15-16:00	P	Matematičko očekivanje i granični teoremi	svi	O-355
15.11.2023.	10:15-12:00	AV	Slučajne varijable i funkcije distribucije	svi	O-S31
20.11.2023.	14:15-16:00	AV	Matematičko očekivanje I	svi	O-355
22.11.2023.	10:15-12:00	P	Nezavisnost. Važne nejednakosti u teoriji vjerojatnosti	svi	O-S31
27.11.2023.	14:15-16:00	AV	Matematičko očekivanje II	svi	O-355
27.11.2023.	16:15-18:00		<b>Prvi kolokvij</b>	svi	O-355
29.11.2023.	10:15-12:00	P	Karakteristične funkcije	svi	O-S31
4.12.2023.	14:15-16:00	AV	Funkcije slučajnih varijabli	svi	O-355



**Sveučilište u Rijeci • Fakultet za matematiku**

Radmile Matejčić 2 • 51 000 Rijeka • Hrvatska

T: (051) 584-650 • F: (051) 584-699

<http://www.math.uniri.hr> • e-adresa: math@math.uniri.hr

6.12.2023.	10:15-12:00	P	Konvergencija slučajnih varijabli I	svi	O-S31
11.12.2023.	14:15-16:00	AV	Karakteristične funkcije	svi	O-355
13.12.2023.	10:15-12:00	P	Konvergencija slučajnih varijabli II	svi	O-S31
18.12.2023.	14:15-16:00	AV	Konvergencija slučajnih varijabli I	svi	O-355
20.12.2023.	10:15-12:00	P	Slabi zakoni velikih brojeva	svi	O-S31
8.1.2024.	14:15-16:00	AV	Konvergencija slučajnih varijabli II	svi	O-355
10.1.2024.	10:15-12:00	P	Jaki zakoni velikih brojeva	svi	O-S31
15.1.2024.	14:15-16:00	AV	Zakoni velikih brojeva	svi	O-355
17.1.2024.	10:15-12:00	P	Centralni granični teorem	svi	O-S31
22.1.2024.	14:15-16:00	AV	Centralni granični teorem	svi	O-355
22.1.2024.	16:15-18:00		<b>Drugi kolokvij</b>	svi	O-355
24.1.2024.	10:15-12:00		<b>Popravne aktivnosti</b>	svi	O-S31

*Moguća su manja odstupanja u realizaciji izvedbenog plana.*

*Do 40% planirane nastave može biti održano online.*

P – predavanja

AV – auditorne vježbe

VP – vježbe u praktikumu

MV – metodičke vježbe

S – seminari