

DETALJNI IZVEDBENI NASTAVNI PLAN KOLEGIJA

Opće informacije		
Naziv kolegija	Uvod u diferencijalnu geometriju	
Studijski program	Preddiplomski studij Matematika	
Godina	3. godina	
Status kolegija	Obvezatan	
Web stranica kolegija	https://moodle.srce.hr/2023-2024	
Mogućnost izvođenja nastave na engleskom jeziku	Ne	
Bodovna vrijednost i način izvođenja nastave	ECTS koeficijent opterećenja studenata	6
	Broj sati (P+V+S)	45+30+0
Nositelj kolegija	Ime i prezime	Milena Sošić
	Ured	O-307
	Vrijeme za konzultacije	Srijeda: 19 ⁰⁰ - 19 ⁴⁵
	Telefon	584-673
	e-adresa	msosic@uniri.hr
Suradnici na kolegiju	Ime i prezime	Milena Sošić
	Ured	O-307
	Vrijeme za konzultacije	Utorak: 19 ⁰⁰ - 19 ⁴⁵
	Telefon	584-673
	e-adresa	msosic@uniri.hr

1. OPIS KOLEGIJA
1.1. Ciljevi kolegija
Osnovni cilj kolegija je upoznati studente s pojmovima diferencijalne geometrije regularnih krivulja i ploha u prostoru. U tu svrhu će se u okviru kolegija poticati studente na usvajanje, razumijevanje i primjenu nastavnih sadržaja prikazanih u sadržaju predmeta.
1.2. Korelativnost i korespondentnost kolegija
Program kolegija Uvod u diferencijalnu geometriju u korelaciji je s ostalim kolegijima iz matematike posebice s kolegijima: Matematička analiza I, Matematička analiza II, Matematička analiza III, Linearna algebra I i Linearna algebra II.
1.3. Očekivani ishodi učenja za kolegij
<ol style="list-style-type: none"> Razlikovati regularne krivulje (regularne plohe) od proizvoljnih krivulja (ploha). Objasniti izvod formule za izračunavanje duljine luka krivulje. Objasniti reparametrizaciju krivulje po duljini luka i razlikovati parametrizaciju krivulje po bilo kojem parametru od parametrizacije krivulje po duljini luka. Objasniti Frenetove formule i primijeniti ih u rješavanju zadataka. Opisati i usporediti zakrivljenost i torziju. Argumentirati i dokazati što mora biti zadovoljeno da prostorna krivulja bude pravac ili ravninska krivulja.

17. Interpretirati i dokazati osnovni teorem teorije krivulja.
18. Objasniti izvod i primjenu prve fundamentalne forme.
19. Analizirati i razlikovati tangencijalnu ravninu plohe od oskulacione ravnine krivulje na danoj plohi.
110. Objasniti izvod i primjenu druge fundamentalne forme.
111. Interpretirati Meusnierov teorem.
112. Objasniti i primijeniti operator oblika plohe.
113. Objasniti i usporediti glavne zakrivljenosti, Gaussovu i srednju zakrivljenost te primijeniti ih u rješavanju zadataka.
114. Analizirati i razlikovati neke specijalne krivulje na plohi (crte krivine, asimptotske krivulje i geodetske krivulje).
115. Interpretirati Theorema Egregium i osnovni teorem teorije ploha.

1.4. Okvirni sadržaj kolegija

Vektorska polja. Regularne krivulje u prostoru. Duljina luka krivulje. Parametrizacija krivulje duljinom luka. Zakrivljenost i torzija krivulje. Polje trobrida. Frenetove formule. Osnovni teorem teorije krivulja. Regularne plohe u prostoru. Tangencijalna ravnina plohe i jedinični vektor plošne normale. Prva fundamentalna forma. Orijehtacija plohe. Operator oblika plohe. Druga fundamentalna forma. Meusnierov teorem. Glavne zakrivljenosti. Gaussova (totalna) i srednja zakrivljenost plohe. Specijalne krivulje na plohi: crte krivine i asimptotske krivulje. Theorema Egregium. Osnovni teorem teorije ploha. Kovarijantna derivacija. Geodetske krivulje na plohi.

1.5. Vrste izvođenja nastave

- predavanja
 seminari i radionice
 vježbe
 e-učenje
 terenska nastava
 praktična nastava
 praktikumska nastava

- samostalni zadaci
 multimedija i mreža
 laboratorijski rad
 projektna nastava
 mentorski rad
 konzultativna nastava
 ostalo _____

1.6. Komentari

1.7. Oblici praćenja studenata i način vrednovanja rada studenata tijekom nastave

Studenti su obavezni aktivno pratiti nastavu.

Tijekom semestra ocjenjivat će pripremljenost studenta za nastavu kroz dvije kategorije: **kontinuirana provjera znanja (20 ocjenskih bodova) i kolokviji (50 ocjenskih bodova).**

U kategoriji **kontinuirana provjera znanja** predviđene su dvije pismene provjere znanja, od kojih se svaka ocjenjuje s najviše 10 ocjenskih bodova. Pismene provjere znanja ne moraju se najavljivati, pisat će se u terminu nastave u trajanju od najviše 30 minuta, a obuhvaćat će gradivo obrađeno na predavanjima i vježbama kao i zadatke zadane za samostalni rad studenta. Svi materijali bit će dostupni na web stranici kolegija u sustavu Merlin: <https://moodle.srce.hr/2023-2024>.

Pismene provjere znanja neće se ponavljati ni popravljati

U kategoriji **kolokviji** predviđena su dva kolokvija, od kojih se svaki ocjenjuje s najviše 25 ocjenskih bodova. Termin održavanja kolokvija određeni su ovim izvedbenim planom.

Zadaci na kolokvijima bit će vezani uz gradivo obrađeno na predavanjima i vježbama i s zadacima zadanih za samostalni rad studenta.

Studentima će se omogućiti popravak, odnosno nadoknada **samo jednog kolokvija**. Pritom će se ostvareni bodovi zamijeniti s prethodno postignutim bodovima ponovljenog/nadoknađenog kolokvija.

Termini održavanja popravnog kolokvija određen je ovim izvedbenim planom.

Ako student ne pristupi nekoj pismenoj provjeri znanja ili kolokviju, tretirat će se da je na toj pismenoj provjeri

znanja ili kolokviju postigao 0 bodova.

1.8. Konstruktivno povezivanje

ISHODI UČENJA	SADRŽAJ	NASTAVNE AKTIVNOSTI	METODE VREDNOVANJA
I1	Sve nastavne jedinice nastavnog sadržaja.	predavanja, rasprava, samostalni rad	pisane provjere znanja, usmeni ispit
I2	Regularna parametrizacija krivulje u prostoru. Duljina luka krivulje.	predavanja, rasprava, metoda usmenog izlaganja, metoda razgovora	pisane provjere znanja, usmeni ispit
I3	Regularna parametrizacija krivulje u prostoru. Ispitivanje regularnosti parametrizirane krivulje. Određivanje reparametrizacije krivulje. Sve nastavne jedinice koje se odnose na regularnu parametrizaciju krivulje.	predavanja, rasprava, samostalni rad, metoda usmenog izlaganja, metoda razgovora	pisane provjere znanja, usmeni ispit
I4	Izvod i primjena Frenet-Serretovih formula. Primjena formula za izračunavanje zakrivljenosti i trobrida pratioca krivulja parametriziranih proizvoljnim parametrom.	predavanja, rasprava, samostalni rad, metoda usmenog izlaganja, metoda razgovora, metoda demonstracije	pisane provjere znanja, usmeni ispit
I5	Zakrivljenosti krivulje. Izračunavanje fleksije i torzije krivulje. Primjena Frenet-Serretovih formula i formula za izračunavanje zakrivljenosti i trobrida pratioca krivulja parametriziranih proizvoljnim parametrom.	predavanja, rasprava, samostalni rad, metoda usmenog izlaganja, metoda razgovora, metoda demonstracije	pisane provjere znanja, usmeni ispit
I6	Zakrivljenosti i trobrid pratioc krivulje i njihovo izračunavanje.	predavanja, rasprava, samostalni rad, metoda usmenog izlaganja, metoda razgovora	pisane provjere znanja, usmeni ispit
I7	Osnovni teorem teorije krivulja. Prirodna jednadžba krivulje i njezino izračunavanje.	predavanja, rasprava, samostalni rad, metoda usmenog izlaganja, metoda razgovora, metoda crtanja	pisane provjere znanja, usmeni ispit
I8	Sve nastavne jedinice koje se odnose na regularnu parametrizaciju plohe.	predavanja, rasprava, samostalni rad, metoda usmenog izlaganja, metoda razgovora, metoda crtanja	pisane provjere znanja, usmeni ispit
I9	Tangencijalna ravnina i plošna normala plohe. Trobrid pratioc krivulje.	predavanja, rasprava, samostalni rad, metoda usmenog izlaganja, metoda razgovora, metoda crtanja	pisane provjere znanja, usmeni ispit
I10	Sve nastavne jedinice koje se odnose na regularnu parametrizaciju plohe.	predavanja, rasprava, samostalni rad, metoda usmenog izlaganja, metoda razgovora	pisane provjere znanja, usmeni ispit
I11	Druga fundamentalna forma.	predavanja, rasprava, metoda usmenog izlaganja, metoda razgovora	usmeni ispit
I12	Operator oblika plohe. Druga fundamentalna forma. Gaussova i srednja zakrivljenost. Crte krivine. Izračunavanje Gaussove i srednje zakrivljenosti, glavnih zakrivljenosti i crta krivina (glavnih krivulja zakrivljenosti).	predavanja, rasprava, samostalni rad, metoda usmenog izlaganja, metoda razgovora, metoda demonstracije	pisane provjere znanja, usmeni ispit
I13	Sve nastavne jedinice koje se odnose na regularnu parametrizaciju plohe.	predavanja, rasprava, samostalni rad, metoda usmenog izlaganja, metoda	pisane provjere znanja, usmeni ispit

		razgovora	
114	Crte krivine, asimptotske i geodetske krivulje na plohi. Sve nastavne jedinice koje se odnose na regularnu parametrizaciju plohe.	predavanja, samostalni rad, metoda usmenog izlaganja, metoda razgovora	pisane provjere znanja, usmeni ispit
115	Theorema Egregium. Osnovni teorem teorije ploha.	predavanja, metoda razgovora	usmeni ispit

2. SUSTAV OCJENJIVANJA

2.1. Ocjenjivanje i vrednovanje rada studenata tijekom nastave te način polaganja ispita

Rad studenta na predmetu vrednovat i ocjenjivat će se tijekom nastave i na završnom ispitu.

Ukupan broj bodova koje student može ostvariti tijekom nastave je 70 ocjenskih bodova.

Uvjet da bi se moglo pristupiti završnom ispitu:

- tijekom nastave treba ukupno skupiti barem 35 ocjenskih bodova od kojih barem 25 ocjenskih bodova mora biti iz kategorije **kolokviji** (vidi minimalne uvjete za pristup ispitu).

Na završnom ispitu je moguće ostvariti **maksimalno 30 ocjenskih bodova**.

Prag prolaznosti na završnom ispitu ne može biti manji od 50% uspješno riješenog ispita.

Završni ispit polaže se kao usmena provjera znanja.

Studenti koji tijekom nastave ostvare od 0 do 34,9 ocjenskih bodova ocjenjuju se ocjenom F (neuspješan), stoga ne mogu steći ECTS bodove i moraju ponovno upisati predmet. Isto vrijedi i za studente koji u tri ponuđena ispitna roka ne polože završni ispit.

2.2. Minimalni uvjeti za pristup ispitu/prolaznu ocjenu

AKTIVNOST KOJA SE BODUJE	MINIMALNI BROJ BODOVA
Kolokviji	25
Kontinuirana provjera znanja	-
UKUPNO:	35
OSTALI UVJETI:	-

2.3. Formiranje konačne ocjene

Na temelju ukupnog zbroja ocjenskih bodova stečenih tijekom nastave i na završnom ispitu određuje se konačna ocjena prema sljedećoj raspodjeli:

OCJENA	BODOVI
5 (A)	od 90 do 100 ocjenskih bodova
4 (B)	od 75 do 89,9 ocjenskih bodova
3 (C)	od 60 do 74,9 ocjenskih bodova
2 (D)	od 50 do 59,9 ocjenskih bodova
1 (F)	od 0 do 49,9 ocjenskih bodova

3. LITERATURA

3.1. Obvezna literatura

1. Gray, Modern Differential Geometry of Curves and Surfaces with *Mathematica*, CRC Press, Boca Raton-Boston-London-New York-Washington, 1998.
2. Kamenarović, Diferencijalna geometrija, Sveučilište u Rijeci, Pedagoški fakultet, Rijeka, 1990.
3. B. Žarinac-Frančula, Diferencijalna geometrija, Zbirka zadataka i repertorij, Sveučilište u Zagrebu,

Geodetski fakultet, Zagreb, 1980.

3.2. Dodatna literatura

1. M. Berger, Panoramic View of Riemannian Geometry, Springer Verlag, 2003.
2. M. P. do Carmo, Differential Geometry of Curves and Surfaces, Prentice Hall, 1976.
3. S.-S. Chern, W. H. Chen, K. S. Lan, Lectures on Differential Geometry, World Scientific Publishing, 1999.
4. D. W. Henderson, Differential Geometry: A Geometric Introduction, Prentice Hall, 1998.
5. W. Kuhnel, Differential Geometry: Curves - Surfaces - Manifolds, American Mathematical Society, 2002.
6. R. S. Miliman, G. D. Parker, Elements of Differential Geometry, Prentice-Hall, Englewood Cliffs – New Jersey, 1997.
7. B. O'Neill, Elementary Differential Geometry, Academic Press, New York-San Francisco-London, 1966.
8. J. Oprea, Differential Geometry and Its Applications, 2nd edition, Prentice Hall, 2003.
9. Pressley, Elementary Differential Geometry, Undergraduate Mathematics Series, Springer Verlag, 2001.
10. J. A. Thorpe, Elementary Topics in Differential Geometry, Undergraduate Texts in Mathematics, Springer Verlag, 1994.

4. DODATNE INFORMACIJE O KOLEGIJU

4.1. Pohađanje nastave

Studenti smiju izostati s nastave, ali su dužni informirati se o nastavi s koje su izostali. Ne tolerira se nikakav oblik remećenja nastave te korištenje mobitela za vrijeme nastave.

4.2. Način informiranja studenata

Svi relevantni podaci i obavijesti o kolegiju bit će objavljeni u na web stranici kolegija u sustavu Merlin: <https://moodle.srce.hr/2023-2024>. Osobna odgovornost studenta je biti redovito informiran.

4.3. Ostale relevantne informacije

Od studenata se očekuje visok stupanj samostalnosti i odgovornosti u radu. Tijekom rada na kolegiju poticat će se aktivni pristup učenju.

4.4. Način praćenja kvalitete i uspješnosti izvedbe kolegija

Kvaliteta održane nastave prati se u skladu s aktima Fakulteta za matematiku i Sveučilišta u Rijeci. Krajem semestra provodit će se anonimna anketa u kojoj će studenti evaluirati kvalitetu održane nastave iz ovog kolegija. Nakon završetka semestra provest će se analiza uspješnosti studenata iz ovog kolegija.

4.5. Ispitni rokovi

Ljetni	01.07.2024.	14h	(učionica: S31)
	15.07.2024.	14h	(učionica: S31)
Jesenski	02.09.2024.	14h	(učionica: S31)

5. SATNICA IZVOĐENJA NASTAVE U AKADEMSKOJ GODINI 2023/2024.

DATUM	VRIJEME	OBLIK NASTAVE	NAZIV TEME	GRUPA	PROSTORIJA
5.3.2024.	17 ¹⁵ -18 ⁴⁵	V	Uvod u predmet. Vektorska polja.		O-027

6.3.2024.	$16^{15}-18^{45}$	P	Regularna parametrizacija krivulje.		O-355
12.3.2024.	$17^{15}-18^{45}$	V	Ispitivanje regularnosti parametrizirane krivulje. Određivanje reparametrizacije krivulje.		O-027
13.3.2024.	$16^{15}-18^{45}$	P	Duljina luka krivulje.		O-355
19.3.2024.	$17^{15}-18^{45}$	V	Izračunavanje duljine luka krivulje.		O-027
20.3.2024.	$16^{15}-18^{45}$	P	Tangenta i normala na regularnu krivulju u n-dimenzionalnom realnom prostoru.		O-355
26.3.2024.	$17^{15}-18^{45}$	V	Izračunavanje tangente i normale na regularnu krivulju u ravnini i trodimenzionalnom prostoru.		O-027
27.3.2024.	$16^{15}-18^{45}$	P	Zakrivljenosti (fleksija i torzija) krivulje.		O-355
2.4.2024.	$17^{15}-18^{45}$	V	Izračunavanje fleksije i torzije krivulje.		O-027
3.4.2024.	$16^{15}-18^{45}$	P	Trobrid pratioc.		O-355
9.4.2024.	$17^{15}-18^{45}$	V	Izračunavanje trobrida pratioca.		O-027
10.4.2024.	$16^{15}-18^{45}$	P	Izvod Frenet-Serretovih formula.		O-355
16.4.2024.	$17^{15}-18^{45}$	V	Primjena Frenet-Serretovih formula.		O-027
17.4.2024.	$16^{15}-17^{00}$	P	Izvod formula za izračunavanje zakrivljenosti krivulja parametriziranih proizvoljnim parametrom.		O-355
17.4.2024.	$17^{15}-18^{45}$	V	1. kolokvij		O-355
23.4.2024.	$17^{15}-18^{45}$	P	Izvod formula za izračunavanje trobrida pratioca krivulja parametriziranih proizvoljnim parametrom.		O-027
24.4.2024.	$16^{15}-17^{00}$	V	Primjena formula za izračunavanje zakrivljenosti i trobrida pratioca krivulja parametriziranih proizvoljnim parametrom.		O-355
30.4.2024.	$17^{15}-18^{45}$	P	Osnovni teorem teorije krivulja. Prirodna jednadžba krivulje.		O-027
1.5.2024.	$16^{15}-17^{00}$	V	Neradni dan – Praznik rada		O-355
7.5.2024.	$17^{15}-18^{45}$	V	Izračunavanje prirodne jednadžbe krivulje.		O-027
8.5.2024.	$16^{15}-18^{45}$	P	Regularna parametrizacija plohe. Tangencijalna ravnina i plošna normala.		O-355
14.5.2024.	$17^{15}-18^{45}$	V	Ispitivanje regularnosti parametrizirane plohe. Izračunavanje tangencijalne ravnine i plošne normale plohe.		O-027
15.4.2024.	$16^{15}-18^{45}$	P	Prva fundamentalna forma.		O-355
21.5.2024.	$17^{15}-18^{45}$	V	Primjena prve fundamentalne forme.		O-027
22.5.2024.	$16^{15}-18^{45}$	P	Gaussovo preslikavanje, operator oblika plohe i druga fundamentalna forma.		O-355
28.5.2024.	$17^{15}-18^{45}$	V	Primjena druge fundamentalne forme.		O-027
29.5.2024.	$16^{15}-18^{45}$	P	Gaussova i srednja zakrivljenost. Crte krivine.		O-355
4.6.2024.	$17^{15}-18^{45}$	V	Izračunavanje Gaussove i srednje zakrivljenosti, glavnih zakrivljenosti i crta krivina (glavnih krivulja zakrivljenosti).		O-027
5.6.2024.	$16^{15}-18^{45}$	P	Asimptotske i geodetske krivulje na plohi.		O-355
11.6.2024.	$17^{15}-18^{45}$	V	Izračunavanje asimptotskih i geodetskih krivulja na plohi.		O-027
12.6.2024.	$16^{15}-18^{45}$	P	Theorema Egregium. Osnovni teorem teorije ploha.		O-355
13.6.2024.	$17^{00}-18^{30}$	V	2. kolokvij		O-027
20.6.2024.	$15^{00}-16^{30}$		Popravni kolokviji		O-S31

Moguća su manja odstupanja u realizaciji izvedbenog plana.

Do 40% planirane nastave može biti održano online.

P – predavanja
AV – auditorne vježbe
VP – vježbe u praktikumu
MV – metodičke vježbe
S – seminari