

DETALJNI IZVEDBENI NASTAVNI PLAN KOLEGIJA

Opće informacije		
Naziv kolegija	Vektorski prostori I	
Studijski program	1. Sveučilišni diplomski studij Diskretna matematika i primjene 2. Sveučilišni diplomski studij Matematika	
Godina	II	
Status kolegija	Izborni/Obavezan	
Web stranica kolegija	https://moodle.srce.hr (merlin.srce.hr)	
Mogućnost izvođenja nastave na engleskom jeziku	Da, prema potrebi.	
Bodovna vrijednost i način izvođenja nastave	ECTS koeficijent opterećenja studenata	6
	Broj sati (P+V+S)	30 + 30 + 0
Nositelj kolegija	Ime i prezime	Vera Tonić
	Ured	O-303
	Vrijeme za konzultacije	petak 11:00 – 12:00 i po dogovoru
	Telefon	584-684
	e-adresa	vera.tonic@math.uniri.hr
Suradnici na kolegiju	Ime i prezime	
	Ured	
	Vrijeme za konzultacije	
	Telefon	
	e-adresa	

1. OPIS PREDMETA
1.1. Ciljevi kolegija
Osnovni cilj kolegija je upoznati studente s pojmovima teorije vektorskih prostora. U tu je svrhu u okviru kolegija potrebno: <ul style="list-style-type: none"> definirati vektorski prostor i opisati karakteristične primjere vektorskih prostora definirati linearne operatore i analizirati njihova svojstva analizirati matični prikaz linearnog operatora definirati adjungirani prostor definirati i analizirati invarijantne potprostore i svojstvene vrijednosti operatora opisati redukciju operatora na konačnodimenzionalnim vektorskim prostorima definirati bilinearne forme, unitarne prostore i unitarne operatore definirati i opisati svojstva normalnih operatora
1.2. Korelativnost i korespondentnost kolegija
Nema uvjeta za upis predmeta. Predmet je u korelaciji s Linearnom algebrama I i II, te s Algebarskim strukturama.
1.3. Očekivani ishodi učenja za kolegij
Nakon odslušanog predmeta i položenog ispita studenti će biti u stanju: <ol style="list-style-type: none"> formulirati primjere vektorskih prostora i linearnih operatora (A6, B6, C6, D4, E4, F3) riješiti zadatke vezane uz određivanje ranga (A6, B6, C6, D4, E5, F3)

13. riješiti zadatke vezane uz određivanje adjungiranih prostora (A6, B6, D4, E5, F3)
14. definirati korijenske potprostore, konstruirati baze korijenskih potprostora te Jordanovu bazu operatora (A6, B6, C6, D4, E5, F3)
15. opisati i argumentirano primijeniti postupak redukcije operatora na konačnodimenzionalnim vektorskim prostorima na konkretnim zadacima (A6, B6, D4, E5, F3)
16. formulirati primjere unitarnih prostora (A6, B7, D4, E5, F3)
17. klasificirati osnovna svojstva bilinearnih formi (A6, B6, D4, E5, F3)
18. klasificirati osnovna svojstva i primjere normalnih operatora (A6, B6, D4, E5, F3)
19. matematički dokazati utemeljenost postupaka i formula kojima se služe u okviru ovog kolegija (A6, B6, D4, E5, F3)

1.4. Okvirni sadržaj kolegija

Vektorski prostori, osnovni pojmovi i primjeri. Kvocijentni prostor. Linearni operatori, osnovni pojmovi i primjeri. Prostor $L(V,W)$. Algebra. Karakteristični i minimalni polinom. Adjungirani prostor i adjungirani operator. Invarijantni potprostore i svojstvene vrijednosti operatora. Nilpotentni operatori. Redukcija operatora na konačnodimenzionalnim vektorskim prostorima. Jordanova forma matrice operatora. Funkcije operatora. Geometrija unitarnih prostora. Struktura bilinearnih formi. Normalni operatori.

1.5. Vrste izvođenja nastave	<input checked="" type="checkbox"/> predavanja	<input type="checkbox"/> samostalni zadaci
	<input type="checkbox"/> seminari i radionice	<input type="checkbox"/> multimedija i mreža
	<input checked="" type="checkbox"/> vježbe	<input type="checkbox"/> laboratorijski rad
	<input type="checkbox"/> e-učenje	<input type="checkbox"/> projektna nastava
	<input type="checkbox"/> terenska nastava	<input type="checkbox"/> mentorski rad
	<input type="checkbox"/> praktična nastava	<input type="checkbox"/> konzultativna nastava
	<input type="checkbox"/> praktikumska nastava	<input type="checkbox"/> ostalo _____

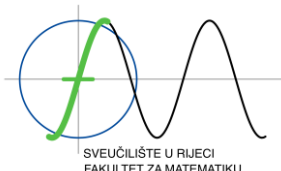
1.6. Komentari

1.7. Oblici praćenja studenata i način vrednovanja rada studenata tijekom nastave

Svaki je student obavezan zadovoljiti uvjete za pristup završnom ispitu te položiti završni ispit iz ovog kolegija. Rad studenata prati se kontinuirano. Njihov rad se vrednuje i ocjenjuje tokom nastave i na završnom ispitu. Ukupan broj bodova koji student može ostvariti tokom nastave je 70. Završni ispit se boduje s maksimalno 30 bodova. Detaljna razrada načina praćenja i ocjenjivanja rada studenata prikazana je u poglavlju o sustavu ocjenjivanja.

1.8. Konstruktivno povezivanje

ISHODI UČENJA	SADRŽAJ	NASTAVNE AKTIVNOSTI	METODE VREDNOVANJA
I1	Vektorski prostori, potprostore, linearni operatori i osnovni primjeri.	Kroz predavanja, audiorne vježbe, rasprave i samostalni rad primjenjivat će se sljedeće metode učenja i poučavanja: metoda usmenog izlaganja, metoda razgovora, metoda čitanja i rada na tekstu	pisane provjere znanja, usmeni ispit
I2	Baza i koordinatizacija vektorskog prostora, matrica linearnog operatora, determinanta, jezgra, slika, defekt i rang linearnog operatora.		
I3	Linearni funkcionali, adjungirani vektorski prostor i njegova baza, adjungirani operator.		
I4	Svojstveni i minimalni polinom operatora. Svojstveni i korijenski potprostore operatora. Dualni potprostor i anihilator.		
I5	Nilpotentni i poluprostore operatora. Jordanova forma matrice nilpotentnog operatora. Jordanova forma matrice (općeg) linearnog operatora. Primjena Jordanove forme na funkcije operatora.		
I6	Geometrija unitarnih prostora. Gram-Schmidtov postupak ortogonalizacije. Unitarni, Hermitski, pozitivni operatori i		



SVEUČILIŠTE U RIJECI
FAKULTET ZA MATEMATIKU

Sveučilište u Rijeci • Fakultet za matematiku

Radmile Matejčić 2 • 51 000 Rijeka • Hrvatska

T: (051) 584-650 • F: (051) 584-699

<http://www.math.uniri.hr> • e-adresa: math@math.uniri.hr

	njihova dijagonalizacija. Polarna forma operatora i QR-faktorizacija.		
17	Bilinearne forme i primjene.		
18	Normalni operatori. Teoremi o dijagonalizaciji normalnih operatora.		
19	Cjelokupni sadržaj kolegija		

2. SUSTAV OCJENJIVANJA

2.1. Ocjenjivanje i vrednovanje rada studenata tijekom nastave te način polaganja ispita

Rad studenta na predmetu će se vrednovati i ocjenjivati tokom nastave i na završnom ispitu. **Ukupan broj bodova koje student može ostvariti tokom nastave je 70** (ocjenjuju se niže opisane aktivnosti studenata). Kroz sve oblike kontinuiranog praćenja i vrednovanja studenata tokom nastave treba ukupno skupiti barem 50%, tj. **35 od 70** ocjenskih bodova, da bi se moglo pristupiti završnom ispitu. Također, student mora ispuniti minimalne uvjete za pristup ispitu opisane u donjoj tablici. Na završnom ispitu moguće je ostvariti **maksimalno 30 bodova**. Prag prolaznosti na završnom ispitu ne može biti manji od 50% uspješno riješenog ispita. Završni ispit se polaže kao usmena provjera znanja.

Studenti koji tokom nastave ostvare od 0% do 49,9% ocjenskih bodova koje je bilo moguće steći kroz oblike kontinuiranog praćenja i vrednovanja studenata ocjenjuju se ocjenom F (neuspješan), ne mogu steći ECTS bodove i moraju ponovno upisati predmet. Isto vrijedi i za studente koji u tri ponuđena ispitna roka ne polože završni ispit.

NAČIN PRAĆENJA I OCJENJIVANJA STUDENATA TOKOM NASTAVE

KOLOKVIJI (ukupno **60** bodova): Organizirat će se dva kolokvija. Na svakom kolokviju student može ostvariti najviše 30 bodova, a za prolaz na kolokviju treba ostvariti najmanje 50% (za svaki kolokvij). Ako se ukaže potreba, krajem semestra organizirat će se jedan popravni kolokvij, pri čemu će se rezultat popravnog kolokvija uzimati kao konačan, bez obzira je li bolji ili lošiji od rezultata koji ste ispravljali.

KVIZOVI (vrlo kratki testovi) (**10** bodova): Jednom tjedno (poslije svakih vježbi) bit će objavljeni zadaci za samostalan rad, tj. domaća zadaća, koja se neće pregledavati. Četiri puta u semestru održat će se najavljeni kviz, što je kratki test u trajanju od 10 do 15 minuta, koji može sadržavati kratko teorijsko pitanje i jedan zadatak vrlo sličan nekom zadatku iz zadaće od prethodnih tjedana. Svaki student može ostvariti ukupno najviše 10 bodova iz kvizova u toku semestra. **Popravaka za kvizove nema** (čak ni ako kviz propustite iz opravdanog razloga!), **ali nema ni minimalnih uvjeta**, tj. student smije sva četiri kviza propustiti i još uvijek se plasirati na završni ispit, pod uvjetom da iz dva kolokvija sakupi 35 bodova.

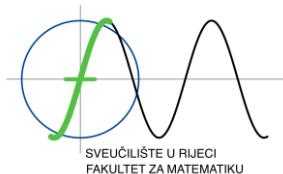
2.2. Minimalni uvjeti za pristup ispitu/prolaznu ocjenu

AKTIVNOST KOJA SE BODUJE	MINIMALNI BROJ BODOVA
Kolokvij 1	barem 15 bodova (od 30)
Kolokvij 2	barem 15 bodova (od 30)
Kvizovi	nema minimalnog zahtjeva, ali bodove koje ne skupite na kvizovima (do ukupno 35) morate nadoknaditi na kolokvijima
UKUPNO:	35 bodova
OSTALI UVJETI:	/

2.3. Formiranje konačne ocjene

Na temelju ukupnog zbroja ocjenskih bodova stečenih tijekom nastave i na završnom ispitu određuje se konačna ocjena prema sljedećoj raspodjeli:

OCJENA	BODOVI
5 (A)	od 90 do 100 ocjenskih bodova
4 (B)	od 75 do 89,9 ocjenskih bodova
3 (C)	od 60 do 74,9 ocjenskih bodova



2 (D)	od 50 do 59,9 ocjenskih bodova
1 (F)	od 0 do 49,9 ocjenskih bodova

3. LITERATURA

3.1. Obavezna literatura

1. G. Muić, M. Primc, *Vektorski prostori*, skripta, Matematički odsjek, PMF, Zagreb

3.2. Dodatna literatura

1. S. Kurepa, *Konačno dimenzionalni vektorski prostori i primjene*, Sveučilišna naklada Liber, Zagreb, 1976.
2. H. Kraljević, *Vektorski prostori*, skripta, Odjel za matematiku, Sveučilište u Osijeku
3. P. R. Halmos, *Finite Dimensional Vector Spaces*, Van Nostrand, New York, 1958.
4. K. Horvatić, *Linearna algebra*, Golden marketing Tehnička knjiga, Zagreb, 2004.

4. DODATNE INFORMACIJE O KOLEGIJU

4.1. Pohađanje nastave

Dolazak na kolokvije je obavezan. Pohađanje ostale nastave nije obavezno, ali je preporučljivo. Pri tome, ako student dođe na nastavu na dan kviza, ali zatim bez najave profesoru ode s nastave prije kraja drugog sata, kviz se ne računa. Studenti koji propuste predavanja ili vježbe trebaju se sami informirati o nastavi s koje su izostali. Ne tolerira se nikakav oblik remećenja nastave, ni korištenje mobitela za vrijeme nastave.

4.2. Način informiranja studenata

Svi relevantni podaci i obavijesti o kolegiju bit će izneseni na web stranici kolegija (merlin.srce.hr) i u okviru predavanja i vježbi. Osobna odgovornost studenta je biti redovito informiran.

4.3. Ostale relevantne informacije

Od studenata se očekuje visok stupanj samostalnosti i odgovornosti u radu. Tokom rada na kolegiju poticat će se aktivni pristup učenju.

Prilikom izrade zadataka predviđenih planom i programom kolegija studenti se ne smiju služiti tuđim tekstom kao svojim. Svako neovlašteno preuzimanje tuđeg teksta bez navođenja izvora smatra se intelektualnom krađom i podložno je sankcijama predviđenim važećim aktima. Ako se ukaže potreba za slanjem radova putem sustava Merlin, studenti će na nastavi ili preko Merlina dobiti precizne upute o izvedbi traženog.

4.4. Način praćenja kvalitete i uspješnosti izvedbe kolegija

Kvaliteta održane nastave prati se u skladu s aktima Fakulteta za matematiku i Sveučilišta u Rijeci. Krajem semestra provodit će se anonimna anketa u kojoj će studenti evaluirati kvalitetu održane nastave iz ovog kolegija. Nakon završetka semestra provest će se analiza uspješnosti studenata iz ovog kolegija.

4.5. Ispitni rokovi

Zimski	četvrtak, 12.2.2025. u 12 sati
	četvrtak, 26.2.2025. u 12 sati
Izvanredni	četvrtak, 13.3.2025. u 14 sati
Jesenski	

5. SATNICA IZVOĐENJA NASTAVE U AKADEMSKOJ GODINI 2024/2025.

DATUM	VRIJEME	OBLIK NASTAVE	NAZIV TEME	GRUPA	PROSTORIJA
3.10.2024.	10:15-11:45	P	Uvodno predavanje. Motivacija. Vektorski prostori, osnovni pojmovi i primjeri.	svi	O-335
4.10.2024.	12:15-13:45	AV	Vektorski prostori, potprostori, baza, linearna nezavisnost.	svi	O-356
10.10.2024.	10:15-11:45	P	Linearni operatori. Koordinatizacija, matrica operatora.	svi	O-335

11.10.2024.	12:15-13:45	AV	Kvocijentni prostori.	svi	O-356
17.10.2024.	10:15-11:45	P	Algebra operatora. Determinanta i svojstveni polinom operatora. Adjungirani prostor i adjungirani operator.	svi	O-335
18.10.2024.	12:15-13:45	AV	KVIZ 1 Linearni operatori i njihove matrice.	svi	O-356
24.10.2024.	10:15-11:45	P	Minimalni polinom operatora. Invarijantni potprostori i svojstvene vrijednosti operatora.	svi	O-335
25.10.2024.	12:15-13:45	AV	Dualni prostor. Anihilatori.	svi	O-356
31.10.2024.	10:15-11:45	P	Nilpotentni operatori.	svi	O-335
1.11.2024.			Praznik, nema nastave		
7.11.2024.	10:15-11:45	P	Nilpotentni operatori, nastavak.	svi	O-335
8.11.2024.	12:15-13:45	AV	KVIZ 2 Spektar linearnog operatora, svojstveni i minimalni polinom.	svi	O-356
14.11.2024.	10:15-11:45	P	Poluprosti operatori.	svi	O-335
15.11.2024.	12:15-13:45	AV	Invarijantni potprostori i svojstvene vrijednosti operatora.	Svi	O-356
21.11.2024.	10:15-11:45	P	Korijenski potprostor. Redukcija operatora na konačno-dimenzionalnim vektorskim prostorima.	svi	O-335
22.11.2024.	12:00-14:00	AV	1. KOLOKVIJ	svi	O-356
28.11.2024.	10:15-11:45	P	Jordanova matrica operatora.	svi	O-335
29.11.2024.	12:15-13:45	AV	Nilpotentni operatori i njihova Jordanova forma.	svi	O-356
5.12.2024.	10:15-11:45	P	Funkcija operatora. Algebra polinoma operatora.	svi	O-335
6.12.2024.	12:15-13:45	AV	Jordanova forma općeg operatora.	svi	O-356
12.12.2024.	10:15-11:45	P	Geometrija unitarnih prostora. Bilinearne forme.	svi	O-335
13.12.2024.	12:15-13:45	AV	KVIZ 3 Jordanova forma operatora, nastavak.	svi	O-356
19.12.2024.	10:15-11:45	P	Gramova matrica i determinanta. Gram-Schmidov postupak ortogonalizacije.	svi	O-335
20.12.2024.	12:15-13:45	AV	Funkcije operatora. Unitarni prostori.	svi	O-356
9.1.2025.	10:15-11:45	P	Reprezentacija linearnog funkcionala i hermitsko adjungiranje	svi	O-335
10.1.2025.	12:15-13:45	AV	KVIZ 4 Ortonormirana baza. Gram-Schmidov postupak. Linearni operatori na unitarnim prostorima.	svi	O-356
16.1.2025.	10:15-11:45	P	Unitarni i hermitski operatori. QR-faktorizacija.	svi	O-335
17.1.2025.	12:15-13:45	AV	Unitarni i normalni operatori. Hermitski i pozitivni operatori. Polarna forma.	svi	O-356
23.1.2025.	10:15-11:45	P	Dijagonalizacija unitarnog i hermitskog operatora. Normalni operatori i dijagonalizacija.	svi	O-335
24.1.2025.	12:00-14:00	AV	2. KOLOKVIJ	svi	O-356

*Moguća su manja odstupanja u realizaciji izvedbenog plana.
Do 40% planirane nastave može biti održano online.*

P – predavanja
AV – auditorne vježbe
VP – vježbe u praktikumu
MV – metodičke vježbe
S – seminari