

## DETALJNI IZVEDBENI NASTAVNI PLAN KOLEGIJA

| Opće informacije                                       |   |                       |
|--|---|-----------------------|
| <b>Naziv kolegija</b>                                  | <b>Metrički prostori</b>                          |                       |
| <b>Studijski program</b>                               | Sveučilišni prijediplomski studij Matematika      |                       |
| <b>Godina</b>  | 3.  |                       |
| <b>Status kolegija</b>                                 | Obvezatan   |                       |
| <b>Web stranica kolegija</b>                           | Merlin, Fakultet za matematiku, Metrički prostori |                       |
| <b>Mogućnost izvođenja nastave na engleskom jeziku</b> | Da  |                       |
| <b>Bodovna vrijednost i način izvođenja nastave</b>    | <b>ECTS koeficijent opterećenja studenata</b>     | 5                     |
|  | <b>Broj sati (P+V+S)</b>                          |                       |
| <b>Nositelj kolegija</b>                               | <b>Ime i prezime</b>                              | Ivana Slamić          |
|  | <b>Ured</b>                                       | O-321                 |
|  | <b>Vrijeme za konzultacije</b>                    | Srijeda 11-13         |
|  | <b>Telefon</b>                                    | 051/584-672           |
|  | <b>e-adresa</b>                                   | islamic@math.uniri.hr |
| <b>Suradnici na kolegiju</b>                           | <b>Ime i prezime</b>                              |                       |
|  | <b>Ured</b>                                       |                       |
|  | <b>Vrijeme za konzultacije</b>                    |                       |
|  | <b>Telefon</b>                                    |                       |
|  | <b>e-adresa</b>                                   |                       |

### 1. OPIS PREDMETA

#### 1.1. Ciljevi kolegija

Osnovni cilj kolegija je upoznati studente s osnovnim pojmovima, rezultatima i metodama matematičke analize u metričkim i topološkim prostorima, te ih osposobiti za njihovu primjenu. U tu je svrhu u okviru kolegija potrebno:

- definirati metričke prostore, opisati primjere zadavanja metrike i dvije vrste ekvivalencije metrike
- definirati topološke prostore, otvorene skupove i bazu topologije, te topologiju induciranu metrikom
- definirati pojmove interiora i zatvarača skupa
- definirati i opisati primjere za direktni produkt metričkih prostora i potprostor metričkog prostora
- definirati aksiome separacije u topološkom prostoru, dokazati da oni vrijede u metričkim prostorima
- definirati aksiome prebrojivosti i separabilnost prostora, provjeriti koji od njih vrijede u metričkim prostorima
- definirati konvergenciju niza točaka u metričkom prostoru, Cauchyjeve nizove, potpunost prostora, gomilište niza
- definirati neprekidnost i uniformnu neprekidnost funkcije između metričkih prostora, nizove funkcija, konvergenciju i uniformnu konvergenciju niza funkcija
- definirati povezanost i kompaktnost topoloških prostora, te uvesti karakterizaciju kompaktnosti u metričkim i Euklidskim prostorima

## 1.2. Korelativnost i korespondentnost kolegija

Program kolegija je u korelaciji s ostalim kolegijima iz matematike, posebno kolegijima *Matematička analiza 1*, *Matematička analiza 2*, *Matematička analiza 3*, *Kompleksna analiza* i *Uvod u topologiju*.

## 1.3. Očekivani ishodi učenja za kolegij

Očekuje se da će studenti nakon odslušanog predmeta i položenog ispita moći:

- I1. provjeriti je li zadana funkcija metrika, navesti primjere metričkih prostora, analizirati jesu li zadane metrike topološki ili uniformno ekvivalentne (A6, B6, C6, D6, E4, F5)
- I2. analizirati zadaje li dana familija skupova topologiju ili bazu za neku topologiju (A6, B6, C6, D6, E4, F5),
- I3. riješiti zadatke određivanja interiora i zatvarača skupa u topološkom i metričkom prostoru (A6, B6, C6, D6, E4, F5)
- I4. konstruirati metrički prostor pomoću produkta metričkih prostora te uzimanjem potprostora metričkog prostora (A7, B7, C6, D6, E4, F5),
- I5. analizirati separacijska svojstva topoloških prostora, demonstrirati da metrički prostor zadovoljava sve aksiome separacije (A6, B6, C6, D6, E4, F5)
- I6. provjeriti vrijede li u topološkom prostoru aksiomi prebrojivosti i separabilnost (A6, B6, C6, D6, E4, F5)
- I7. riješiti zadatke određivanja limesa i gomilišta niza točaka, razlikovati konvergentne i Cauchyjeve nizove, provjeriti je li prostor potpun (A7, B6, C6, D6, E4, F5)
- I8. istražiti neprekidnost i uniformnu neprekidnost funkcije između metričkih prostora, razlikovati običnu od uniformne konvergencije niza funkcija (A7, B6, C6, D6, E4, F5)
- I9. analizirati je li prostor povezan i kompaktan, usporediti različite karakterizacije kompaktnosti (A6, B6, C6, D6, E4, F5).
- I10. matematički dokazati utemeljenost svih postupaka i formula kojima se služe u okviru ovog kolegija (A6, B6, D5, E5, F5)

## 1.4. Okvirni sadržaj kolegija

Metrički prostori, definicija i osnovna svojstva. Primjeri metričkih prostora. Omeđeni i potpuno omeđeni prostori. Topološki prostori. Ekvivalentne metrike. Direktni produkt prostora. Potprostor metričkog prostora. Baza topologije. Interior i zatvarač skupa. Aksiomi prebrojivosti i separabilnost. Produkt i kvocijent prostora. Aksiomi separacije. Konvergencija nizova. Podnizovi, gomilišta i konvergencija. Nizovi funkcija. Cauchyjevi nizovi. Potpun metrički prostor. Banachov teorem o fiksnoj točki. Neprekidna preslikavanja. Uniformna neprekidnost. Povezanost prostora. Kompaktnost. Karakterizacija kompaktnosti u metričkim prostorima. Kompaktnost u  $R_n$ .

## 1.5. Vrste izvođenja nastave

- predavanja
- seminari i radionice
- vježbe
- e-učenje
- terenska nastava
- praktična nastava
- praktikumska nastava

- samostalni zadaci
- multimedija i mreža
- laboratorijski rad
- projektna nastava
- mentorski rad
- konzultativna nastava
- ostalo \_\_\_\_\_

## 1.6. Komentari

## 1.7. Oblici praćenja studenata i način vrednovanja rada studenata tijekom nastave

Studenti su obavezni prisustvovati nastavi, aktivno sudjelovati u svim oblicima nastave, ostvariti određeni broj bodova na svakoj aktivnosti i položiti završni ili popravni ispit.

Osim prisustvovanja klasičnoj nastavi na predavanjima i vježbama, studenti su dužni koristiti sustav za učenje Merlin i **svakodnevno provjeravati svoju fakultetsku elektroničku poštu.**

## 1.8. Konstruktivno povezivanje

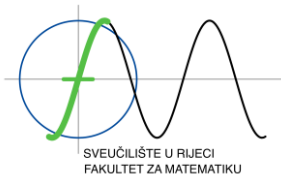
| ISHODI UČENJA | SADRŽAJ   | NASTAVNE AKTIVNOSTI  | METODE VREDNOVANJA                   |
|---------------|---|--|--------------------------------------|
| I1            | Metrika, metrički prostor, ekvivalentne metrike.                | predavanja, vježbe, samostalni rad, metoda usmenog izlaganja, metoda razgovora   | pisane provjere znanja usmeni ispit  |
| I2            | Topološki prostori, baza topologije.                            | predavanja, vježbe, samostalni rad, metoda usmenog izlaganja, metoda razgovora   | pisane provjere znanja, usmeni ispit |
| I3            | Interior i zatvarač skupa.                                      | predavanja, vježbe, samostalni rad, metoda usmenog izlaganja, metoda razgovora   | pisane provjere znanja usmeni ispit  |
| I4            | Produkt metričkih prostora. Potprostor metričkih prostora.      | predavanja, vježbe, samostalni rad, metoda usmenog izlaganja, metoda razgovora   | pisane provjere znanja usmeni ispit  |
| I5            | Aksiomi separacije  | predavanja, vježbe, samostalni rad, - metoda usmenog izlaganja, metoda razgovora | pisane provjere znanja usmeni ispit  |
| I6            | Aksiomi prebrojivost. Separabilnost.                            | predavanja, vježbe, samostalni rad, metoda usmenog izlaganja, metoda razgovora   | pisane provjere znanja usmeni ispit  |
| I7            | Gomilište i limes niza. Cauchyjev niz. Potpun metrički prostor. | predavanja, vježbe, samostalni rad, metoda usmenog izlaganja, metoda razgovora   | pisane provjere znanja usmeni ispit  |
| I8            | Neprekidnost i uniformna neprekidnost.                          | predavanja, vježbe, samostalni rad, metoda usmenog izlaganja, metoda razgovora   | pisane provjere znanja usmeni ispit  |
| I9            | Povezanost. Kompaktnost.  | predavanja, vježbe, samostalni rad, metoda usmenog izlaganja, metoda razgovora   | pisane provjere znanja usmeni ispit  |
| I10           | Cjelokupni sadržaj kolegija                                     | predavanja, vježbe, samostalni rad, metoda usmenog izlaganja, metoda razgovora   | pisane provjere znanja usmeni ispit  |

## 2. SUSTAV OCJENJIVANJA

### 2.1. Ocjenjivanje i vrednovanje rada studenata tijekom nastave te način polaganja ispita

Rad studenta na predmetu će se vrednovati i ocjenjivati tijekom nastave i na završnom ispitu. Ukupan broj bodova koje student može ostvariti tijekom nastave je **70** (ocjenjuju se opisane aktivnosti studenata). Kroz sve oblike kontinuiranog praćenja i vrednovanja studenata tijekom nastave treba ukupno skupiti barem 50% ocjenskih bodova da bi se moglo pristupiti ispitu. Također, student mora ispuniti minimalne uvjete za pristup ispitu. Na ispitu je moguće ostvariti maksimalno **30** bodova. Prag prolaznosti na završnom ispitu ne može biti manji od 50% uspješno riješenog ispita. Ispit se polaže kao pisana i/ili usmena provjera znanja.

Studenti koji tijekom nastave ostvare od 0% do 49,9% ocjenskih bodova koje je bilo moguće steći kroz oblike kontinuiranog praćenja i vrednovanja studenata ocjenjuju se ocjenom F (neuspješan), ne mogu steći ECTS bodove i moraju ponovno upisati predmet. Isto vrijedi i za studente koji u tri ponuđena ispitna roka ne polože završni ispit.



**KOLOKVIJI** (ukupno **50** bodova): Organizirat će se **dva kolokvija** koji će uključivati i teorijska pitanja i zadatke vezane uz gradivo obrađeno na vježbama. Na svakom kolokviju student može ostvariti najviše **25** bodova. Svaki student na kraju semestra ima pravo pristupiti popravku najviše jednog kolokvija.

**KVIZOVI** (vrlo kratki testovi) (**20** bodova): Jednom tjedno, preko sustava Merlin, bit će objavljeni zadaci za samostalan rad, tj. domaća zadaća koja se neće pregledavati. Jednom tjedno održavat će se kviz, tj. kratki test u trajanju od 10 do 15 minuta, koji će sadržavati kratko teorijsko pitanje i jedan zadatak vrlo sličan nekom zadatku (ili dijelu zadatka) iz zadaće. Kvizovi se mogu održavati i u toku vježbi i u toku predavanja. Svaki student može ostvariti ukupno najviše **20** bodova iz kvizova u toku semestra. Popravaka za kvizove nema (te u slučaju da student ne piše kviz na tom kvizu ima 0 bodova), ali tri najgora rezultata kviza neće se računati u konačnu ocjenu kvizova.

## 2.2. Minimalni uvjeti za pristup ispitu/prolaznu ocjenu

| AKTIVNOST KOJA SE BODUJE | MINIMALNI BROJ BODOVA |
|--------------------------|-----------------------|
| Kolokviji                | 25                    |
| Kvizovi                  | 10                    |
|                          |                       |
| <b>UKUPNO:</b>           | <b>35</b>             |

## 2.3. Formiranje konačne ocjene

Na temelju ukupnog zbroja ocjenskih bodova stečenih tijekom nastave i na završnom ispitu određuje se konačna ocjena prema sljedećoj raspodjeli:

| OCJENA | BODOVI                         |
|--------|--------------------------------|
| 5 (A)  | od 90 do 100 ocjenskih bodova  |
| 4 (B)  | od 75 do 89,9 ocjenskih bodova |
| 3 (C)  | od 60 do 74,9 ocjenskih bodova |
| 2 (D)  | od 50 do 59,9 ocjenskih bodova |
| 1 (F)  | od 0 do 49,9 ocjenskih bodova  |

## 3. LITERATURA

### 3.1. Obvezna literatura

- I. Slamić: Metrički prostori (skripta)
- S. Mardešić: *Matematička analiza u n-dimenzionalnom realnom prostoru I*, Školska knjiga, Zagreb, 1974.

### 3.2. Dodatna literatura

- Schaum's outline series, *Theory and Problems of General Topology*, McGraw-Hill book company, USA, 1965.
- M. Mršević, *Zbirka rešenih zadataka iz topologije*, Naučna knjiga, Beograd, 1977.

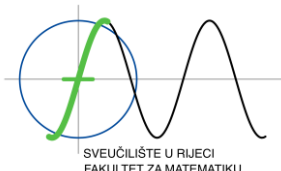
## 4. DODATNE INFORMACIJE O KOLEGIJU

### 4.1. Pohađanje nastave

Ne tolerira se nikakav oblik remećenja nastave te korištenje mobitela za vrijeme nastave.

### 4.2. Način informiranja studenata

Svi relevantni podaci i obavijesti o kolegiju bit će objavljeni u okviru online kolegija. Osobna odgovornost studenta je biti redovito informiran.



SVEUČILIŠTE U RIJECI  
FAKULTET ZA MATEMATIKU

Sveučilište u Rijeci • Fakultet za matematiku

Radmile Matejčić 2 • 51 000 Rijeka • Hrvatska

T: (051) 584-650 • F: (051) 584-699

<http://www.math.uniri.hr> • e-adresa: math@math.uniri.hr

#### 4.3. Ostale relevantne informacije

Od studenata se očekuje visok stupanj samostalnosti i odgovornosti u radu. Tijekom rada na kolegiju poticat će se aktivni pristup učenju.

Prilikom izrade zadataka predviđenih planom i programom kolegija studenti se ne smiju služiti tuđim tekstom kao svojim. Svako neovlašteno preuzimanje tuđega teksta bez navođenja izvora smatra se intelektualnom krađom i podložno je sankcijama predviđenim važećim aktima! Uratke koje studenti budu slali putem sutava Merlin trebaju pripremiti prema uputi koju će dobiti na nastavi.

#### 4.4. Način praćenja kvalitete i uspješnosti izvedbe kolegija

Kvaliteta održane nastave prati se u skladu s aktima Fakulteta za matematiku i Sveučilišta u Rijeci. Krajem semestra provodit će se anonimna anketa u kojoj će studenti evaluirati kvalitetu održane nastave iz ovog kolegija. Nakon završetka semestra provest će se analiza uspješnosti studenata iz ovog kolegija.

#### 4.5. Ispitni rokovi

|                   |                                     |
|-------------------|-------------------------------------|
| <b>Zimski</b>     | 6.2.2025. 10:00<br>20.2.2025. 10:00 |
| <b>Izvanredni</b> | 20.3.2025. 14:00                    |
| <b>Jesenski</b>   | 31.8.2025. 10:00                    |

### 5. SATNICA IZVOĐENJA NASTAVE U AKADEMSKOJ GODINI 2023/2024.

| DATUM              | VRIJEME            | OBLIK NASTAVE | NAZIV TEME  | GRUPA      | PROSTORIJA   |
|--------------------|--------------------|---------------|---|------------|--------------|
| 3.10.2024.         | 12:15-14:00        | P             | Uvod. Metrički prostor. Primjeri metričkih prostora.                        | svi        | O-360        |
| 7.10.2024.         | 10:15-12:00        | AV            | Metrički prostor. Primjeri metričkih prostora.                              | svi        | O-360        |
| 10.10.2024.        | 12:15-14:00        | AV            | Omeđeni i potpuno omeđeni prostori.   | svi        | O-360        |
| 14.10.2024.        | 10:15-12:00        | P             | Omeđeni i potpuno omeđeni prostori.   | svi        | O-360        |
| 17.10.2024.        | 12:15-14:00        | AV            | Otvoreni skupovi u metričkom prostoru                                       | svi        | O-360        |
| 21.10.2024.        | 10:15-12:00        | P             | Otvoreni skupovi u metričkom prostoru                                       | svi        | O-360        |
| 24.10.2024.        | 12:15-14:00        | AV            | Ekvivalentne metrike.   | svi        | O-360        |
| 28.10.2024.        | 10:15-12:00        | P             | Produkt prostora. Potprostor metričkog prostora                             | svi        | O-360        |
| 31.10.2024.        | 12:15-14:00        | AV            | Topološki prostori  | svi        | O-360        |
| 4.11.2024.         | 10:15-12:00        | P             | Topološki prostori  | svi        | O-360        |
| 7.11.2024.         | 12:15-14:00        | AV            | Baza topologije.  | svi        | O-360        |
| 11.11.2024.        | 10:15-12:00        | P             | Baza topologije.  | svi        | O-360        |
| 14.11.2024.        | 12:15-14:00        | AV            | Interior i zatvarač skupa   | svi        | O-360        |
| 21.11.2024.        | 10:15-12:00        | P             | Interior i zatvarač skupa.  | svi        | O-360        |
| 25.11.2024.        | 12:15-14:00        | AV            | Aksiomi separacije.   | svi        | O-360        |
| <b>28.11.2024.</b> | <b>12:15-14:00</b> | <b>AV</b>     | <b>1. KOLOKVIJ</b>  | <b>svi</b> | <b>O-360</b> |
| 2.12.2024.         | 10:15-12:00        | P             | Separabilnost. Produkt i kvocijent topološkog prostora. Aksiomi separacije. | svi        | O-360        |
| 5.12.2024.         | 12:15-14:00        | AV            | Konvergencija nizova  | svi        | O-360        |
| 9.12.2024.         | 10:15-12:00        | P             | Konvergencija nizova  | svi        | O-360        |
| 12.12.2024.        | 12:15-14:00        | AV            | Nizovi funkcija.  | svi        | O-360        |
| 16.12.2024.        | 10:15-12:00        | P             | Podnizovi i konvergencija. Nizovi funkcija.                                 | svi        | O-360        |
| 19.12.2024.        | 12:15-14:00        | AV            | Cauchyjevi nizovi. Potpun metrički prostor.                                 | svi        | O-360        |
| 23.12.2024.        | 10:15-12:00        | P             | Cauchyjevi nizovi. Potpun metrički prostor.                                 | svi        | O-360        |
| 9.1.2025.          | 12:15-14:00        | AV            | Neprekidna preslikavanja.   | svi        | O-360        |
| 13.1.2025.         | 10:15-12:00        | P             | Potpun metrički prostor. Banachov teorem o fiksnoj točki.                   | svi        | O-360        |
| 16.1.2025.         | 12:15-14:00        | AV            | Uniformna neprekidnost. Povezanost prostora. Kompaktnost                    | svi        | O-360        |



**Sveučilište u Rijeci • Fakultet za matematiku**

Radmile Matejčić 2 • 51 000 Rijeka • Hrvatska

T: (051) 584-650 • F: (051) 584-699

<http://www.math.uniri.hr> • e-adresa: [math@math.uniri.hr](mailto:math@math.uniri.hr)

|                   |                    |           |                                   |            |              |
|-------------------|--------------------|-----------|-----------------------------------|------------|--------------|
| 20.1.2025.        | 10:15-12:00        | P         | Neprekidna preslikavanja.         | svi        | O-360        |
| <b>23.1.2025.</b> | <b>12:15-14:00</b> | <b>AV</b> | <b>2. KOLOKVIJ</b>                | <b>svi</b> | <b>O-360</b> |
| 27.1.2025.        | 10:15-12:00        | P         | Povezanost prostora. Kompaktnost. | svi        | O-360        |
| <b>30.1.2025.</b> | <b>12:15-14:00</b> |           | <b>POPRAVNI KOLOKVIJ</b>          | <b>svi</b> | <b>O-360</b> |

*Moguća su manja odstupanja u realizaciji izvedbenog plana.*

*Do 40% planirane nastave može biti održano online.*

P – predavanja

AV – auditorne vježbe

VP – vježbe u praktikumu

MV – metodičke vježbe

S – seminari