

DETALJNI IZVEDBENI NASTAVNI PLAN KOLEGIJA

Opće informacije		
Naziv kolegija	Teorija vjerojatnosti	
Studijski program	Sveučilišni diplomski studij Diskretna matematika i primjene	
Godina	1.	
Status kolegija	Obvezatan	
Web stranica kolegija	https://moodle.srce.hr	
Mogućnost izvođenja nastave na engleskom jeziku	Da, prema potrebi	
Bodovna vrijednost i način izvođenja nastave	ECTS koeficijent opterećenja studenata	6
	Broj sati (P+V+S)	30 + 30 + 0
Nositelj kolegija	Ime i prezime	Danijel Krizmanić
	Ured	O-312
	Vrijeme za konzultacije	po dogovoru
	Telefon	051/584-664
	e-adresa	dkrizmanic@math.uniri.hr
Suradnici na kolegiju	Ime i prezime	
	Ured	
	Vrijeme za konzultacije	
	Telefon	
	e-adresa	

1. OPIS KOLEGIJA

1.1. Ciljevi kolegija

Cilj ovog kolegija jest upoznati studente s osnovnim pojmovima, metodama i rezultatima teorije vjerojatnosti. U tu je svrhu u okviru kolegija potrebno:

- definirati mjeru i opisati osnovne primjere prostora s mjerom,
- definirati Lebesgueovu mjeru i analizirati njena svojstva,
- definirati integral funkcije na prostoru s mjerom i analizirati njegova svojstva,
- definirati slučajne varijable i analizirati njihova osnovna svojstva,
- definirati funkcije distribucije i opisati klasifikaciju slučajnih varijabli,
- definirati matematičko očekivanje i varijancu, te dokazati granične teoreme za matematičko očekivanje,
- opisati osnovne tipove konvergencije slučajnih varijabli te njihove odnose,
- dokazati slabe i jake zakone velikih brojeva,
- opisati konvergenciju redova slučajnih varijabli,
- definirati pojam karakteristične funkcije slučajne varijable te analizirati osnovna svojstva karakterističnih funkcija,
- dokazati klasične centralne granične teoreme.

1.2. Korelativnost i korespondentnost kolegija

Program kolegija je u korelaciji s više matematičkih kolegija, posebno s kolegijima Uvod u vjerojatnost i matematičku statistiku i Statistika.

1.3. Očekivani ishodi učenja za kolegij

Nakon odslušanog kolegija i položenog ispita studenti će:

11. argumentirano primjenjivati svojstva mjere i integrala (A7, B7, C7),
12. analizirati primjere mjera s posebnim naglaskom na Lebesgueovu mjeru (A7, B7, C7),
13. argumentirano koristiti slučajne varijable i njihova svojstva u rješavanju zadataka (A7, B7, E4, F5),
14. objasniti klasifikaciju slučajnih varijabli (A7, B7, E4, F5),
15. argumentirano primjenjivati granične teoreme za matematičko očekivanje (A7, B7, E4, F5),
16. nabrojati osnovne tipove konvergencije slučajnih varijabli te opisati njihove međusobne odnose (A7, B7, E4, F5),
17. opisati slabe i jake zakone velikih brojeva te konvergenciju redova slučajnih varijabli (A7, B7, E4, F5),
18. argumentirano primjenjivati svojstva karakterističnih funkcija u rješavanju zadataka (A7, B7, E4, F5),
19. argumentirano primjenjivati klasične centralne granične teoreme (A7, B7, E4, F5),
110. matematički dokazati utemeljenost postupaka i formula kojima se služe u okviru ovog kolegija (A7, B7, E4, F5).

1.4. Okvirni sadržaj kolegija

Prsten, algebra, σ -algebra skupova. Borelovi skupovi. Mjera, vanjska mjera. Lebesgueova mjera. Slučajne varijable. Funkcije distribucije. Klasifikacija slučajnih varijabli. Matematičko očekivanje. Granični teoremi za matematičko očekivanje. Konvergencija slučajnih varijabli. Nezavisnost slučajnih varijabli. Zakoni velikih brojeva. Konvergencija redova slučajnih varijabli. Karakteristične funkcije. Centralni granični teoremi.

1.5. Vrste izvođenja nastave

- | | |
|--|---|
| ☒ predavanja | ☒ samostalni zadaci |
| ☐ seminari i radionice | ☒ multimedija i mreža |
| ☒ vježbe | ☐ laboratorijski rad |
| ☒ e-učenje | ☐ projektna nastava |
| ☐ terenska nastava | ☐ mentorski rad |
| ☐ praktična nastava | ☐ konzultativna nastava |
| ☐ praktikumska nastava | ☐ ostalo _____ |

1.6. Komentari

1.7. Oblici praćenja studenata i način vrednovanja rada studenata tijekom nastave

Studenti su obavezni aktivno sudjelovati u svim oblicima nastave, ostvariti određeni broj bodova kroz semestar te položiti završni ispit.

Tijekom semestra pisat će se dva kolokvija koji će uključivati zadatke vezane uz gradivo obrađeno na vježbama. Na svakom se kolokviju može ostvariti najviše 25 ocjenskih bodova, dakle ukupno na dva kolokvija 50 ocjenskih bodova.

U predviđenom terminu svaki će student imati mogućnost popravljati jedan kolokvij po izboru. Bodovi ostvareni na kolokviju kojeg se želi popravljati se brišu te se mjerodavnim smatraju bodovi ostvareni na ponovljenom (popravnom) kolokviju. Umjesto popravka jednog kolokvija student može pristupiti pisanom ispitu koji obuhvaća gradivo obrađeno na cjelokupnim vježbama. Na tom pisanom ispitu se može ostvariti najviše 50 ocjenskih bodova, a dobiveni bodovi zamjenjuju bodove ostvarene na kolokvijima.

1.8. Konstruktivno povezivanje

ISHODI UČENJA	SADRŽAJ	NASTAVNE AKTIVNOSTI	METODE VREDNOVANJA
I1	Prsten, algebra, σ -algebra skupova. Borelovi skupovi. Mjera, vanjska mjera. Lebesgueova mjera.	Kroz predavanja, audiorne vježbe, rasprave i samostalni rad	pisane provjere znanja, usmeni ispit

I2	Mjera, vanjska mjera. Lebesgueova mjera.	studenata primjenjivat će se sljedeće metode učenja i poučavanja: metoda usmenog izlaganja, metoda razgovora, metoda pisanja, te metoda čitanja i rada na tekstu.	
I3	Slučajne varijable. Funkcije distribucije.		
I4	Klasifikacija slučajnih varijabli		
I5	Matematičko očekivanje. Granični teoremi za matematičko očekivanje.		
I6	Konvergencija slučajnih varijabli.		
I7	Zakoni velikih brojeva. Konvergencija redova slučajnih varijabli.		
I8	Karakteristične funkcije		
I9	Centralni granični teoremi		
I10	Cjelokupni sadržaj kolegija		

2. SUSTAV OCJENJIVANJA

2.1. Ocjenjivanje i vrednovanje rada studenata tijekom nastave te način polaganja ispita

Rad studenta na kolegiju će se vrednovati i ocjenjivati tijekom nastave i na završnom ispitu.

Pravo na pristupanje završnom ispitu imaju studenti koji su tijekom nastave ostvarili ukupno najmanje 25 ocjenskih bodova. Pristupanje završnom ispitu moguće je na tri ispitna roka. Završni ispit je pisani i/ili usmeni, i na njemu se provjerava cjelokupno gradivo obrađeno na predavanjima i vježbama (teorija s predavanja i zadaci s vježbi).

Student koji zadovolji minimalne kriterije za prolaz na završnom ispitu, ostvarit će minimalno 25, a maksimalno 50 ocjenskih bodova (prema stupnju razumijevanja gradiva i usvajanja ishoda učenja).

2.2. Minimalni uvjeti za pristup ispitu/prolaznu ocjenu

AKTIVNOST KOJA SE BODUJE	MINIMALNI BROJ BODOVA
Kolokviji	25
UKUPNO:	25
OSTALI UVJETI:	-

2.3. Formiranje konačne ocjene

Na temelju ukupnog zbroja ocjenskih bodova stečenih tijekom nastave i na završnom ispitu određuje se konačna ocjena prema sljedećoj raspodjeli:

OCJENA	BODOVI
5 (A)	od 90 do 100 ocjenskih bodova
4 (B)	od 75 do 89,9 ocjenskih bodova
3 (C)	od 60 do 74,9 ocjenskih bodova
2 (D)	od 50 do 59,9 ocjenskih bodova
1 (F)	od 0 do 49,9 ocjenskih bodova

3. LITERATURA

3.1. Obvezna literatura

1. N. Sarapa, Teorija vjerojatnosti, Školska knjiga, Zagreb, 2002.
2. A. Gut, Probability: A Graduate Course, Springer, New York, 2013.
3. D. L. Cohn, Measure theory, Birkhäuser, New York, 2013.

4. S. Mardešić, Matematička analiza II, Školska knjiga, Zagreb, 1989.

3.2. Dodatna literatura

1. R. Durrett, Probability: theory and examples, Duxbury Press, Belmont, 1996.
2. S. I. Resnick, A Probability Path, Birkhäuser, New York, 2014.
3. S. Axler, Measure, Integration & Real Analysis, Springer Open, 2020.,
<https://measure.axler.net/MIRA.pdf>
4. N. Antičić, M. Vrdoljak, Mjera i integral, PMF-Matematički odjel, Zagreb, 2001.

4. DODATNE INFORMACIJE O KOLEGIJU

4.1. Pohađanje nastave

Od studenata se očekuje aktivno sudjelovanje u svim oblicima nastave. Student je dužan informirati se o nastavi s koje je izostao te o svim zadacima koji su pritom zadani. Korištenje mobitela tijekom nastave, na kolokvijima, provjerama i ispitima je zabranjeno. Studenti su dužni poštovati norme Etičkog kodeksa Sveučilišta u Rijeci.

4.2. Način informiranja studenata

Sve relevantne informacije o predavanjima i vježbama te o svojim obavezama, studenti će moći dobiti tijekom nastave i konzultacija, te putem sustava Merlin. Povratne informacije o vlastitom radu i napredovanju na nastavi student će dobivati na konzultacijama ili putem sustava Merlin (te eventualno putem e-maila po dogovoru). Studenti su obavezni redovito provjeravati obavijesti na pripadnom e-kolegiju u sustavu Merlin.

4.3. Ostale relevantne informacije

Od studenata se očekuje visok stupanj samostalnosti i odgovornosti u radu. Također, od studenata se očekuje poznavanje engleskog jezika (čitanje i razumijevanje teksta na engleskom jeziku).

4.4. Način praćenja kvalitete i uspješnosti izvedbe kolegija

Kvaliteta održane nastave prati se u skladu s aktima Fakulteta za matematiku i Sveučilišta u Rijeci. Krajem semestra provodit će se anonimna anketa u kojoj će studenti evaluirati kvalitetu održane nastave iz ovog kolegija. Nakon završetka semestra provest će se analiza uspješnosti studenata iz ovog kolegija.

4.5. Ispitni rokovi

Zimski	9.2.2026.
	23.2.2026.
Izvanredni	16.3.2026.
Jesenski	1.9.2026.

5. SATNICA IZVOĐENJA NASTAVE U AKADEMSKOJ GODINI 2025/2026.

DATUM	VRIJEME	OBLIK NASTAVE	NAZIV TEME	GRUPA	PROSTORIJA
1.10.2025.	10:15-12:00	P	Uvod	svi	O-355
6.10.2025.	12:15-14:00	P	Osnovni pojmovi teorije mjere: sigma algebra, mjera i izmjeriv prostor	svi	O-355
8.10.2025.	10:15-12:00	P	Izmjerive funkcije	svi	O-355
13.10.2025.	12:15-14:00	AV	Familije skupova	svi	O-355
15.10.2025.	10:15-12:00	P	Lebesgueov integral	svi	O-355
20.10.2025.	12:15-14:00	AV	Mjera	svi	O-355
22.10.2025.	10:15-12:00	P	Slučajne varijable	svi	O-355
27.10.2025.	12:15-14:00	AV	Izmjerive funkcije	svi	O-355
3.11.2025.	12:15-14:00	AV	Lebesgueov integral	svi	O-355
5.11.2025.	10:15-12:00	P	Funkcije distribucije	svi	O-355
10.11.2025.	12:15-14:00	AV	Slučajne varijable	svi	O-355
12.11.2025.	10:15-12:00	P	Slučajni vektori	svi	O-355
17.11.2025.	12:15-14:00	AV	Funkcije distribucije	svi	O-355
19.11.2025.	10:15-12:00	P	Matematičko očekivanje	svi	O-355
24.11.2025.	10:15-12:00	P	Nezavisnost	svi	O-355
24.11.2025.	12:15-14:00		Prvi kolokvij	svi	O-355
26.11.2025.	10:15-12:00	P	Važne nejednakosti u teoriji vjerojatnosti	svi	O-355
1.12.2025.	12:15-14:00	AV	Matematičko očekivanje I	svi	O-355
3.12.2025.	10:15-12:00	P	Karakteristične funkcije	svi	O-355
8.12.2025.	12:15-14:00	AV	Matematičko očekivanje II	svi	O-355
10.12.2025.	10:15-12:00	P	Konvergencija slučajnih varijabli I	svi	O-355
15.12.2025.	12:15-14:00	AV	Funkcije slučajnih varijabli	svi	O-355
17.12.2025.	10:15-12:00	P	Konvergencija slučajnih varijabli II	svi	O-355
22.12.2025.	10:15-12:00	AV	Karakteristične funkcije	svi	O-355
22.12.2025.	12:15-14:00	AV	Konvergencija slučajnih varijabli I	svi	O-355
7.1.2026.	10:15-12:00	P	Slabi zakoni velikih brojeva	svi	O-355
12.1.2026.	12:15-14:00	AV	Konvergencija slučajnih varijabli II	svi	O-355
14.1.2026.	10:15-12:00	P	Jaki zakoni velikih brojeva. Centralni granični teorem	svi	O-355
19.1.2026.	12:15-14:00	AV	Zakoni velikih brojeva. Centralni granični teorem	svi	O-355
21.1.2026.	10:15-12:00		Drugi kolokvij	svi	O-355
29.1.2026.	10:15-12:00		Popravne aktivnosti	svi	O-355

Moguća su manja odstupanja u realizaciji izvedbenog plana.
Do 40% planirane nastave može biti održano online.

P – predavanja
AV – auditorne vježbe
VP – vježbe u praktikumu
MV – metodičke vježbe
S – seminari