

DETALJNI IZVEDBENI NASTAVNI PLAN KOLEGIJA

Opće informacije		
Naziv kolegija	Uvod u diferencijalnu geometriju	
Studijski program	Sveučilišni prijediplomski studij Matematika	
Godina	3. godina	
Status kolegija	Obvezatan	
Web stranica kolegija	https://moodle.srce.hr/2025-2026	
Mogućnost izvođenja nastave na engleskom jeziku	Ne	
Bodovna vrijednost i način izvođenja nastave	ECTS koeficijent opterećenja studenata	6
	Broj sati (P+V+S)	45+30+0
Nositelj kolegija	Ime i prezime	Milena Sošić
	Ured	O-307
	Vrijeme za konzultacije	Srijeda: 18 ⁴⁵ - 19 ³⁰
	Telefon	584-673
	e-adresa	msosic@uniri.hr
Suradnici na kolegiju	Ime i prezime	Milena Sošić
	Ured	O-307
	Vrijeme za konzultacije	Utorak: 17 ⁴⁵ - 18 ³⁰
	Telefon	584-673
	e-adresa	msosic@uniri.hr

1. OPIS KOLEGIJA

1.1. Ciljevi kolegija

Osnovni cilj kolegija je upoznati studente s pojmovima diferencijalne geometrije regularnih krivulja i ploha u prostoru. U tu svrhu će se u okviru kolegija poticati studente na usvajanje, razumijevanje i primjenu nastavnih sadržaja prikazanih u sadržaju kolegija.

1.2. Korelativnost i korespondentnost kolegija

Program kolegija Uvod u diferencijalnu geometriju u korelaciji je s ostalim kolegijima iz matematike posebice s kolegijima: Matematička analiza I, Matematička analiza II, Matematička analiza III, Linearna algebra I i Linearna algebra II.

1.3. Očekivani ishodi učenja za kolegij

11. Razlikovati regularne krivulje (regularne plohe) od proizvoljnih krivulja (ploha).
12. Objasniti izvod formule za izračunavanje duljine luka krivulje.
13. Objasniti reparametrizaciju krivulje po duljini luka i razlikovati parametrizaciju krivulje po bilo kojem parametru od parametrizacije krivulje po duljini luka.
14. Objasniti Frenetove formule i primijeniti ih u rješavanju zadataka.
15. Opisati i usporediti zakrivljenost i torziju.

- I6. Argumentirati i dokazati što mora biti zadovoljeno da prostorna krivulja bude pravac ili ravninska krivulja.
- I7. Interpretirati i dokazati osnovni teorem teorije krivulja.
- I8. Objasniti izvod i primjenu prve fundamentalne forme.
- I9. Analizirati i razlikovati tangencijalnu ravninu plohe od oskulacione ravnine krivulje na danoj plohi.
- I10. Objasniti izvod i primjenu druge fundamentalne forme.
- I11. Interpretirati Meusnierov teorem.
- I12. Objasniti i primijeniti operator oblika plohe.
- I13. Objasniti i usporediti glavne zakrivljenosti, Gaussovu i srednju zakrivljenost te primijeniti ih u rješavanju zadataka.
- I14. Analizirati i razlikovati neke specijalne krivulje na plohi (crte krivine, asimptotske krivulje i geodetske krivulje).

1.4. Okvirni sadržaj kolegija

Vektorska polja. Regularne krivulje u prostoru. Duljina luka krivulje. Parametrizacija krivulje duljinom luka. Zakrivljenost i torzija krivulje. Polje trobrida. Frenetove formule. Osnovni teorem teorije krivulja. Regularne plohe u prostoru. Tangencijalna ravnina plohe i jedinični vektor plošne normale. Prva fundamentalna forma. Orijentacija plohe. Operator oblika plohe. Druga fundamentalna forma. Meusnierov teorem. Glavne zakrivljenosti. Gaussova (totalna) i srednja zakrivljenost plohe. Specijalne krivulje na plohi: crte krivine i asimptotske krivulje. Theorema Egregium. Osnovni teorem teorije ploha. Kovarijantna derivacija. Geodetske krivulje na plohi.

1.5. Vrste izvođenja nastave

- ☒ predavanja
- ☐ seminari i radionice
- ☒ vježbe
- ☐ e-učenje
- ☐ terenska nastava
- ☐ praktična nastava
- ☐ praktikumska nastava

- ☒ samostalni zadaci
- ☒ multimedija i mreža
- ☐ laboratorijski rad
- ☐ projektna nastava
- ☐ mentorski rad
- ☐ konzultativna nastava
- ☐ ostalo _____

1.6. Komentari

1.7. Oblici praćenja studenata i način vrednovanja rada studenata tijekom nastave

Studenti su obavezni aktivno pratiti nastavu.

Tijekom semestra ocjenjivat će pripremljenost studenta za nastavu kroz dvije kategorije: **kontinuirana provjera znanja (20 ocjenskih bodova)** i **kolokviji (50 ocjenskih bodova)**.

U kategoriji **kontinuirana provjera znanja** predviđene su dvije pismene provjere znanja, od kojih se svaka ocjenjuje s najviše 10 ocjenskih bodova. Pismene provjere znanja ne moraju se najavljivati, pisat će se u terminu nastave u trajanju od najviše 30 minuta, a obuhvaćat će gradivo obrađeno na predavanjima i vježbama kao i zadatke zadane za samostalni rad studenta. Svi materijali bit će dostupni na web stranici kolegija u sustavu Merlin: <https://moodle.srce.hr/2025-2026>.

Pismene provjere znanja neće se ponavljati ni popravljati

U kategoriji **kolokviji** predviđena su dva kolokvija, od kojih se svaki ocjenjuje s najviše 25 ocjenskih bodova. Termini održavanja kolokvija određeni su ovim izvedbenim planom.

Zadaci na kolokvijima bit će vezani uz gradivo obrađeno na predavanjima i vježbama i s zadacima zadanih za samostalni rad studenta.

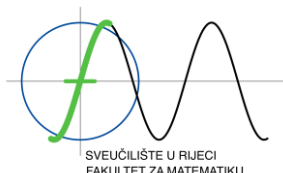
Studentima će se omogućiti popravak, odnosno nadoknada **samo jednog kolokvija**. Pritom će se ostvareni bodovi zamijeniti s prethodno postignutim bodovima ponovljenog/nadoknađenog kolokvija.

Termini održavanja popravnog kolokvija određen je ovim izvedbenim planom.

Ako student ne pristupi nekoj pismenoj provjeri znanja ili kolokviju, tretirat će se da je na toj pismenoj provjeri znanja ili kolokviju postigao 0 bodova.

1.8. Konstruktivno povezivanje

ISHODI UČENJA	SADRŽAJ	NASTAVNE AKTIVNOSTI	METODE VREDNOVANJA
I1	Sve nastavne jedinice nastavnog sadržaja.	predavanja, rasprava, samostalni rad	pisane provjere znanja, usmeni ispit
I2	Regularna parametrizacija krivulje u prostoru. Duljina luka krivulje.	predavanja, rasprava, metoda usmenog izlaganja, metoda razgovora	pisane provjere znanja, usmeni ispit
I3	Regularna parametrizacija krivulje u prostoru. Ispitivanje regularnosti parametrizirane krivulje. Određivanje reparametrizacije krivulje. Sve nastavne jedinice koje se odnose na regularnu parametrizaciju krivulje.	predavanja, rasprava, samostalni rad, metoda usmenog izlaganja, metoda razgovora	pisane provjere znanja, usmeni ispit
I4	Izvod i primjena Frenet-Serretovih formula. Primjena formula za izračunavanje zakrivljenosti i trobrida pratioca krivulja parametriziranih proizvoljnim parametrom.	predavanja, rasprava, samostalni rad, metoda usmenog izlaganja, metoda razgovora, metoda demonstracije	pisane provjere znanja, usmeni ispit
I5	Zakrivljenosti krivulje. Izračunavanje fleksije i torzije krivulje. Primjena Frenet-Serretovih formula i formula za izračunavanje zakrivljenosti i trobrida pratioca krivulja parametriziranih proizvoljnim parametrom.	- predavanja, rasprava, samostalni rad, metoda usmenog izlaganja, metoda razgovora, metoda demonstracije	pisane provjere znanja, usmeni ispit
I6	Zakrivljenosti i trobrid pratioc krivulje i njihovo izračunavanje.	- predavanja, rasprava, samostalni rad, metoda usmenog izlaganja, metoda razgovora	pisane provjere znanja, usmeni ispit
I7	Osnovni teorem teorije krivulja. Prirodna jednadžba krivulje i njezino izračunavanje.	- predavanja, rasprava, samostalni rad, metoda usmenog izlaganja, metoda razgovora, metoda crtanja	pisane provjere znanja, usmeni ispit
I8	Sve nastavne jedinice koje se odnose na regularnu parametrizaciju plohe.	- predavanja, rasprava, samostalni rad, metoda usmenog izlaganja, metoda razgovora, metoda crtanja	pisane provjere znanja, usmeni ispit
I9	Tangencijalna ravnina i plošna normala plohe. Trobrid pratioc krivulje.	- predavanja, rasprava, samostalni rad, metoda usmenog izlaganja, metoda razgovora, metoda crtanja	pisane provjere znanja, usmeni ispit
I10	Sve nastavne jedinice koje se odnose na regularnu parametrizaciju plohe.	- predavanja, rasprava, samostalni rad, metoda usmenog izlaganja, metoda razgovora	pisane provjere znanja, usmeni ispit
I11	Druga fundamentalna forma.	- predavanja, rasprava, metoda usmenog izlaganja, metoda razgovora	usmeni ispit
I12	Operator oblika plohe. Druga fundamentalna forma. Gaussova i srednja zakrivljenost. Crte krivine. Izračunavanje Gaussove i srednje zakrivljenosti, glavnih zakrivljenosti i crta krivina (glavnih krivulja zakrivljenosti).	- predavanja, rasprava, samostalni rad, metoda usmenog izlaganja, metoda razgovora, metoda demonstracije	pisane provjere znanja, usmeni ispit
I13	Sve nastavne jedinice koje se odnose na regularnu parametrizaciju plohe.	- predavanja, rasprava, samostalni rad, metoda usmenog izlaganja, metoda razgovora	pisane provjere znanja, usmeni ispit
I14	Crte krivine, asimptotske i geodetske krivulje na plohi.	- predavanja, samostalni rad, metoda usmenog	pisane provjere znanja, usmeni ispit



	Sve nastavne jedinice koje se odnose na regularnu parametrizaciju plohe.	izlaganja, metoda razgovora	
--	--	-----------------------------	--

2. SUSTAV OCJENJIVANJA

2.1. Ocjenjivanje i vrednovanje rada studenata tijekom nastave te način polaganja ispita

Rad studenta na kolegiju vrednovat i ocjenjivat će se tijekom nastave i na završnom ispitu.

Ukupan broj bodova koje student može ostvariti tijekom nastave je 70 ocjenskih bodova.

Uvjet da bi se moglo pristupiti završnom ispitu:

- tijekom nastave treba ukupno skupiti barem 35 ocjenskih bodova od kojih barem 25 ocjenskih bodova mora biti iz kategorije **kolokviji** (vidi minimalne uvjete za pristup ispitu).

Na završnom ispitu je moguće ostvariti **maksimalno 30 ocjenskih bodova**.

Prag prolaznosti na završnom ispitu ne može biti manji od 50% uspješno riješenog ispita.

Završni ispit polaže se kao usmena provjera znanja.

Studenti koji tijekom nastave ostvare od 0 do 34,9 ocjenskih bodova ocjenjuju se ocjenom F (neuspješan), stoga ne mogu steći ECTS bodove i moraju ponovno upisati kolegij. Isto vrijedi i za studente koji u tri ponuđena ispitna roka ne polože završni ispit.

2.2. Minimalni uvjeti za pristup ispitu/prolaznu ocjenu

AKTIVNOST KOJA SE BODUJE	MINIMALNI BROJ BODOVA
Kolokviji	25
Kontinuirana provjera znanja	-
UKUPNO:	35
OSTALI UVJETI:	/

2.3. Formiranje konačne ocjene

Na temelju ukupnog zbroja ocjenskih bodova stečenih tijekom nastave i na završnom ispitu određuje se konačna ocjena prema sljedećoj raspodjeli:

OCJENA	BODOVI
5 (A)	od 90 do 100 ocjenskih bodova
4 (B)	od 75 do 89,9 ocjenskih bodova
3 (C)	od 60 do 74,9 ocjenskih bodova
2 (D)	od 50 do 59,9 ocjenskih bodova
1 (F)	od 0 do 49,9 ocjenskih bodova

3. LITERATURA

3.1. Obvezna literatura

1. A. Gray, Modern Differential Geometry of Curves and Surfaces with *Mathematica*, CRC Press, Boca Raton-Boston-London-New York-Washington, 1998.
2. B. Žarinac-Frančula, Diferencijalna geometrija, Zbirka zadataka i repertorij, Sveučilište u Zagrebu, Geodetski fakultet, Zagreb, 1980.

3.2. Dodatna literatura

1. M. Berger, Panoramic View of Riemannian Geometry, Springer Verlag, 2003.
2. W. Kuhnel, Differential Geometry: Curves - Surfaces - Manifolds, American Mathematical Society,

2002

3. J. Oprea, Differential Geometry and Its Applications, 2nd edition, Prentice Hall, 2003.
4. Pressley, Elementary Differential Geometry, Undergraduate Mathematics Series, Springer Verlag, 2001.

4. DODATNE INFORMACIJE O KOLEGIJU

4.1. Pohađanje nastave

Studenti smiju izostati s nastave, ali su dužni informirati se o nastavi s koje su izostali. Ne tolerira se nikakav oblik remećenja nastave te korištenje mobitela za vrijeme nastave.

4.2. Način informiranja studenata

Svi relevantni podaci i obavijesti o kolegiju bit će objavljeni u na web stranici kolegija u sustavu Merlin: <https://moodle.srce.hr/2025-2026>. Osobna odgovornost studenta je biti redovito informiran.

4.3. Ostale relevantne informacije

Od studenata se očekuje visok stupanj samostalnosti i odgovornosti u radu. Tijekom rada na kolegiju poticati će se aktivni pristup učenju.

4.4. Način praćenja kvalitete i uspješnosti izvedbe kolegija

Kvaliteta održane nastave prati se u skladu s aktima Fakulteta za matematiku i Sveučilišta u Rijeci. Krajem semestra provodit će se anonimna anketa u kojoj će studenti evaluirati kvalitetu održane nastave iz ovog kolegija. Nakon završetka semestra provest će se analiza uspješnosti studenata iz ovog kolegija.

4.5. Ispitni rokovi

Ljetni	23.06.2026. 07.07.2026.
Jesenski	01.09.2026.

5. SATNICA IZVOĐENJA NASTAVE U AKADEMSKOJ GODINI 2025/2026.

DATUM	VRIJEME	OBLIK NASTAVE	NAZIV TEME	GRUPA	PROSTORIJA
3.3.2026.	16 ¹⁵ -17 ⁴⁵	V	Uvod u kolegij. Skalarna i vektorska polja.		027
4.3.2026.	16 ¹⁵ -18 ⁴⁵	P	Parametrizacija i regularna parametrizacija krivulje u n-dimenzionalnom euklidskom prostoru. Reparametrizacija.		360
10.3.2026.	16 ¹⁵ -17 ⁴⁵	V	Ispitivanje regularnosti parametrizacije krivulje. Reparametrizacija regularne parametrizacije krivulje.		027
11.3.2026.	16 ¹⁵ -18 ⁴⁵	P	Duljina krivulje u n-dimenzionalnom euklidskom prostoru.		360
17.3.2026.	16 ¹⁵ -17 ⁴⁵	V	Izračunavanje duljine krivulje.		027
18.3.2026.	16 ¹⁵ -18 ⁴⁵	P	Tangenta i normala u točki na krivulji u n-dimenzionalnom euklidskom prostoru.		360
24.3.2026.	16 ¹⁵ -17 ⁴⁵	V	Izračunavanje tangente i normale u točki na krivulji u ravnini ili trodimenzionalnom prostoru.		027
25.3.2026.	16 ¹⁵ -18 ⁴⁵	P	Frenetov trobrid. Zakrivljenosti (fleksija i torzija).		360
31.3.2026.	16 ¹⁵ -17 ⁴⁵	V	Izračunavanje Frenetovog trobrida i zakrivljenosti.		027

1.4.2026.	16 ¹⁵ -18 ⁴⁵	P	Izvod Frenet-Serretovih formula.		360
7.4.2026.	16 ¹⁵ -17 ⁴⁵	V	Primjena Frenet-Serretovih formula.		027
8.4.2026.	16 ¹⁵ -18 ⁴⁵	P	Izvod formula za izračunavanje Frenetovog trobrida i zakrivljenosti na regularnoj parametrizaciji krivulje parametrizirane proizvoljnim parametrom.		360
14.4.2026.	16 ¹⁵ -17 ⁴⁵	V	Primjena formula za izračunavanje Frenetovog trobrida i zakrivljenosti na regularnoj parametrizaciji krivulje parametrizirane proizvoljnim parametrom.		027
15.4.2026.	16 ¹⁵ -18 ⁴⁵	P	Osnovni teorem teorije krivulja. Prirodna jednačba krivulje.		360
21.4.2026.	16 ¹⁵ -17 ⁴⁵	V	Izračunavanje prirodne jednačbe krivulje.		027
22.4.2026.	16 ¹⁵ -18 ⁴⁵	P	Parametrizacija i regularna parametrizacija plohe u trodimenzionalnom euklidskom prostoru.		360
28.4.2026.	16 ¹⁵ -17 ⁴⁵	V	1. kolokvij		027
29.4.2026.	16 ¹⁵ -18 ⁴⁵	P	Tangencijalna ravnina i plošna normala.		360
5.5.2026.	16 ¹⁵ -17 ⁴⁵	V	Ispitivanje regularnosti parametrizacije plohe. Izračunavanje tangencijalne ravnine i plošne normale.		027
6.5.2026.	16 ¹⁵ -18 ⁴⁵	P	Prva fundamentalna forma plohe.		360
12.5.2026.	16 ¹⁵ -17 ⁴⁵	V	Primjena prve fundamentalne forme plohe.		027
13.5.2026.	16 ¹⁵ -18 ⁴⁵	P	Gaussovo preslikavanje. Normalan i kosi presjek plohe.		360
19.5.2026.	16 ¹⁵ -17 ⁴⁵	V	Operator oblika plohe.		027
20.5.2026.	16 ¹⁵ -18 ⁴⁵	P	Druga fundamentalna forma plohe.		360
26.5.2026.	16 ¹⁵ -17 ⁴⁵	V	Primjena druge fundamentalne forme plohe.		027
27.5.2026.	16 ¹⁵ -18 ⁴⁵	P	Gaussova i srednja zakrivljenost. Glavne zakrivljenosti. Crte krivine (glavne krivulje zakrivljenosti).		360
2.6.2026.	16 ¹⁵ -17 ⁴⁵	V	2. kolokvij		027
3.6.2026.	16 ¹⁵ -18 ⁴⁵	P	Asimptotske i geodetske krivulje.		360
9.6.2026.	16 ¹⁵ -17 ⁴⁵	V	Izračunavanje asimptotskih i geodetskih krivulja na plohi.		027
10.6.2026.	16 ¹⁵ -17 ⁴⁵		Popravni kolokviji		360

Moguća su manja odstupanja u realizaciji izvedbenog plana.

Do 40% planirane nastave može biti održano online.

P – predavanja

AV – audiorne vježbe

VP – vježbe u praktikumu

MV – metodičke vježbe

S – seminari