

Šahovski kompleksi: uopštenja i primjene

Duško Jojić¹

¹Department of Mathematics, Faculty of Science, University of Banja Luka,
dusko.jojic@pmf.unibl.org

Šahovski kompleks $\Delta_{n,m}$ se može definisati kao simplicijalni kompleks čije strane odgovaraju postavljanju "nenapadajućih" topova na $m \times n$ tablu. Postoji mnogo primjera u kombinatorici i geometriji gdje se ovaj kompleks prirodno pojavi. Neke topološke osobine šahovskih kompleksa (povezanost, u specijalnom slučaju je i orijentabilna mnogostrukost) imaju ključnu, i za sada neizostavnu, ulogu u dokazu nekih dubokih rezultata kombinatorike i diskretne geometrije.

Neka prirodna uopštenja šahovskih kompleksa su:

- Šahovski kompleks na trougaonoj ploči Ψ_{a_n, \dots, a_1} (lijevo poravnata tabla sa a_i redaka dužine i);
- Multipl šahovski kompleks $\Delta_{m,n}^{k_1, \dots, k_n; l_1, \dots, l_m}$ (dozvoljeno je najviše k_i topova u i -ti red i najviše l_j topova u j -tu kolonu);
- Simetrizovani šahovski kompleks $\Sigma_{m,n}^{k_1, \dots, k_n; \mathbf{1}} := \bigcup_{\pi \in G} \Delta_{m,n}^{k_{\pi(1)}, \dots, k_{\pi(n)}; 1, 1, \dots, 1}$.

Koristeći kombinatorne tehnike (shellability i diskretna teorija Morse-a) moguće je opisati topologiju ovih kompleksa. Neki od ovih generalizovanih šahovskih kompleksa se pojave kao prirodan konfiguracioni prostor u problemima Tverbergovog tipa i uopštenju teorema van Kampen-Flores. Dalje, "optimalan multiple" šahovski kompleks se pojavi kao uopštenje Bier-ovih sfera. Povezanost simetrizovanog šahovskog kompleksa se pojavi i u problemu podjele ogrlice.

U predavanju govorimo kako se topološke osobine generalizovanih šahovskih kompleksa koriste za dobijanje novih rezultata u kombinatorici i geometriji.