SVEUČILIŠTE U RIJECI
FAKULTET ZA MATEMATIKU

Sveučilište u Rijeci •Fakultet za matematiku
Radmile Matejčić 2 • 51 000 Rijeka • Hrvatska
T: (051) 584-650 • F: (051) 584-699
http://www.math.uniri.hr• e-adresa: math@math.uniri.hr

DETALJNI IZVEDBENI NASTAVNI PLAN KOLEGIJA

Opće informacije		
Naziv kolegija	**Uvod u diferencijalnu geometriju**	
Studijski program	Sveučilišni prijediplomski studij Matematika	
Godina	3. godina	
Status kolegija	Obvezatan	
Web stranica kolegija	https://moodle.srce.hr/2026-2027	
Mogućnost izvođenja nastave na engleskom jeziku	Ne	
Bodovna vrijednost i način izvođenja nastave	***ECTS koeficijent opterećenja studenata***	6
	Broj sati (P+V+S)	45+30+0
Nositelj kolegija	***Ime i prezime***	**Milena Sošić**
	Ured	O-307
	Vrijeme za konzultacije	Srijeda: 18^{45} - 19^{30}
	Telefon	584-673
	e-adresa	msosic@uniri.hr
Suradnici na kolegiju	***Ime i prezime***	**Milena Sošić**
	Ured	O-307
	Vrijeme za konzultacije	Utorak: 17^{45} - 18^{30}
	Telefon	584-673
	e-adresa	msosic@uniri.hr

1. OPIS KOLEGIJA

1.1. Ciljevi kolegija

Osnovni cilj kolegija je upoznati studente s pojmovima diferencijalne geometrije regularnih krivulja i ploha u prostoru. U tu svrhu će se u okviru kolegija poticati studente na usvajanje, razumijevanje i primjenu nastavnih sadržaja prikazanih u sadržaju predmeta.

1.2. Korelativnost i korespondentnost kolegija

Program kolegija Uvod u diferencijalnu geometriju u korelaciji je s ostalim kolegijima iz matematike posebice s kolegijima: Matematička analiza I, Matematička analiza II, Matematička analiza III, Linearna algebra I i Linearna algebra II.

1.3. Očekivani ishodi učenja za kolegij

I1. Razlikovati regularne krivulje (regularne plohe) od proizvoljnih krivulja (ploha).
I2. Objasniti izvod formule za izračunavanje duljine luka krivulje.
I3. Objasniti reparametrizaciju krivulje po duljini luka i razlikovati parametrizaciju krivulje po bilo kojem parametru od parametrizacije krivulje po duljini luka.
I4. Objasniti Frenetove formule i primijeniti ih u rješavanju zadataka.
I5. Opisati i usporediti zakrivljenost i torziju.
I6. Argumentirati i dokazati što mora biti zadovoljeno da prostorna krivulja bude pravac ili ravninska krivulja.

SVEUČILIŠTE U RIJECI
FAKULTET ZA MATEMATIKU

Sveučilište u Rijeci •Fakultet za matematiku
Radmile Matejčić 2 • 51 000 Rijeka • Hrvatska
T: (051) 584-650 • F: (051) 584-699
http://www.math.uniri.hr• e-adresa: math@math.uniri.hr

I7. Interpretirati i dokazati osnovni teorem teorije krivulja.
I8. Objasniti izvod i primjenu prve fundamentalne forme.
I9. Analizirati i razlikovati tangencijalnu ravninu plohe od oskulacione ravnine krivulje na danoj plohi.
I10. Objasniti izvod i primjenu druge fundamentalne forme.
I11. Interpretirati Meusnierov teorem.
I12. Objasniti i primijeniti operator oblika plohe.
I13. Objasniti i usporediti glavne zakrivljenosti, Gaussovu i srednju zakrivljenost te primijeniti ih u rješavanju zadataka.
I14. Analizirati i razlikovati neke specijalne krivulje na plohi (crte krivine, asimptotske krivulje i geodetske krivulje).

1.4. Okvirni sadržaj kolegija

Vektorska polja. Regularne krivulje u prostoru. Duljina luka krivulje. Parametrizacija krivulje duljinom luka. Zakrivljenost i torzija krivulje. Polje trobrida. Frenetove formule. Osnovni teorem teorije krivulja. Regularne plohe u prostoru. Tangencijalna ravnina plohe i jedinični vektor plošne normale. Prva fundamentalna forma. Orijentacija plohe. Operator oblika plohe. Druga fundamentalna forma. Meusnierov teorem. Glavne zakrivljenosti. Gaussova (totalna) i srednja zakrivljenost plohe. Specijalne krivulje na plohi: crte krivine i asimptotske krivulje. Theorema Egregium. Osnovni teorem teorije ploha. Kovarijantna derivacija. Geodetske krivulje na plohi.

1.5. Vrste izvođenja nastave	☒ predavanja ☐ seminari i radionice ☒ vježbe ☐ e-učenje ☐ terenska nastava ☐ praktična nastava ☐ praktikumska nastava	☒ samostalni zadaci ☒ multimedija i mreža ☐ laboratorijski rad ☐ projektna nastava ☐ mentorski rad ☐ konzultativna nastava ☐ ostalo _____
1.6. Komentari		

1.7. Oblici praćenja studenata i način vrednovanja rada studenata tijekom nastave

Studenti su obavezni aktivno pratiti nastavu.

Tijekom semestra ocjenjivat će pripremljenost studenta za nastavu kroz dvije kategorije: k**ontinuirana provjera znanja (20 ocjenskih bodova) i kolokviji (50 ocjenskih bodova).**

U kategoriji k**ontinuirana provjera znanja** predviđene su dvije pismene provjera znanja, od kojih se svaka ocjenjuje s najviše 10 ocjenskih bodova. Pismene provjere znanja ne moraju se najavljivati, pisat će se u terminu nastave u trajanju od najviše 30 minuta, a obuhvaćat će gradivo obrađeno na predavanjima i vježbama kao i zadatke zadane za samostalni rad studenta. Svi materijali bit će dostupni na web stranici kolegija u sustavu Merlin: https://moodle.srce.hr/2026-2027.

Pismene provjere znanja neće se ponavljati ni popravljati

U kategoriji **kolokviji** predviđena su dva kolokvija, od kojih se svaki ocjenjuje s najviše 25 ocjenskih bodova. Termini održavanja kolokvija određeni su ovim izvedbenim planom.

Zadaci na kolokvijima bit će vezani uz gradivo obrađeno na predavanjima i vježbama i s zadacima zadanih za samostalni rad studenta.

Studentima će se omogućiti popravak, odnosno nadoknada **samo jednog kolokvija**. Pritom će se ostvareni bodovi zamijeniti s prethodno postignutim bodovima ponovljenog/nadoknađenog kolokvija.

Termini održavanja popravnog kolokvija određen je ovim izvedbenim planom.

Ako student ne pristupi nekoj pismenoj provjeri znanja ili kolokviju, tretirat će se da je na toj pismenoj provjeri znanja ili kolokviju postigao 0 bodova.

1.8. Konstruktivno povezivanje

ISHODI UČENJA	SADRŽAJ	NASTAVNE AKTIVNOSTI	METODE VREDNOVANJA

Sveučilište u Rijeci •Fakultet za matematiku
Radmile Matejčić 2 • 51 000 Rijeka • Hrvatska
T: (051) 584-650 • F: (051) 584-699
http://www.math.uniri.hr• e-adresa: math@math.uniri.hr

I1	Sve nastavne jedinice nastavnog sadržaja.	predavanja, rasprava, samostalni rad	pisane provjere znanja, usmeni ispit
I2	Regularna parametrizacija krivulje u prostoru. Duljina luka krivulje.	predavanja, rasprava, metoda usmenog izlaganja, metoda razgovora	pisane provjere znanja, usmeni ispit
I3	Regularna parametrizacija krivulje u prostoru. Ispitivanje regularnosti parametrizirane krivulje. Određivanje reparametrizacije krivulje. Sve nastavne jedinice koje se odnose na regularnu parametrizaciju krivulje.	predavanja, rasprava, samostalni rad, metoda usmenog izlaganja, metoda razgovora	pisane provjere znanja, usmeni ispit
I4	Izvod i primjena Frenet-Serretovih formula. Primjena formula za izračunavanje zakrivljenosti i trobrida pratioca krivulja parametriziranih proizvoljnim parametrom.	predavanja, rasprava, samostalni rad, metoda usmenog izlaganja, metoda razgovora, metoda demonstracije	pisane provjere znanja, usmeni ispit
I5	Zakrivljenosti krivulje. Izračunavanje fleksije i torzije krivulje. Primjena Frenet-Serretovih formula i formula za izračunavanje zakrivljenosti i trobrida pratioca krivulja parametriziranih proizvoljnim parametrom.	- predavanja, rasprava, samostalni rad, metoda usmenog izlaganja, metoda razgovora, metoda demonstracije	pisane provjere znanja, usmeni ispit
I6	Zakrivljenosti i trobrid pratioc krivulje i njihovo izračunavanje.	- predavanja, rasprava, samostalni rad, metoda usmenog izlaganja, metoda razgovora	pisane provjere znanja, usmeni ispit
I7	Osnovni teorem teorije krivulja. Prirodna jednadžba krivulje i njezino izračunavanje.	- predavanja, rasprava, samostalni rad, metoda usmenog izlaganja, metoda razgovora, metoda crtanja	pisane provjere znanja, usmeni ispit
I8	Sve nastavne jedinice koje se odnose na regularnu parametrizaciju plohe.	- predavanja, rasprava, samostalni rad, metoda usmenog izlaganja, metoda razgovora, metoda crtanja	pisane provjere znanja, usmeni ispit
I9	Tangencijalna ravnina i plošna normala plohe. Trobrid pratioc krivulje.	- predavanja, rasprava, samostalni rad, metoda usmenog izlaganja, metoda razgovora, metoda crtanja	pisane provjere znanja, usmeni ispit
I10	Sve nastavne jedinice koje se odnose na regularnu parametrizaciju plohe.	- predavanja, rasprava, samostalni rad, metoda usmenog izlaganja, metoda razgovora	pisane provjere znanja, usmeni ispit
I11	Druga fundamentalna forma.	- predavanja, rasprava, metoda usmenog izlaganja, metoda razgovora	usmeni ispit
I12	Operator oblika plohe. Druga fundamentalna forma. Gaussova i srednja zakrivljenost. Crte krivine. Izračunavanje Gaussove i srednje zakrivljenosti, glavnih zakrivljenosti i crta krivina (glavnih krivulja zakrivljenosti).	- predavanja, rasprava, samostalni rad, metoda usmenog izlaganja, metoda razgovora, metoda demonstracije	pisane provjere znanja, usmeni ispit
I13	Sve nastavne jedinice koje se odnose na regularnu parametrizaciju plohe.	- predavanja, rasprava, samostalni rad, metoda usmenog izlaganja, metoda razgovora	pisane provjere znanja, usmeni ispit
I14	Crte krivine, asimptotske i geodetske krivulje na plohi. Sve nastavne jedinice koje se odnose na regularnu parametrizaciju plohe.	- predavanja, samostalni rad, metoda usmenog izlaganja, metoda razgovora	pisane provjere znanja, usmeni ispit

SVEUČILIŠTE U RIJECI
FAKULTET ZA MATEMATIKU

Sveučilište u Rijeci •Fakultet za matematiku
Radmile Matejčić 2 • 51 000 Rijeka • Hrvatska
T: (051) 584-650 • F: (051) 584-699
http://www.math.uniri.hr• e-adresa: math@math.uniri.hr

2. SUSTAV OCJENJIVANJA

2.1. Ocjenjivanje i vrednovanje rada studenata tijekom nastave te način polaganja ispita

Rad studenta na predmetu vrednovat i ocjenjivat će se tijekom nastave i na završnom ispitu.

Ukupan broj bodova koje student može ostvariti tijekom nastave je 70 ocjenskih bodova.

Uvjet da bi se moglo pristupiti završnom ispitu:

- tijekom nastave treba ukupno skupiti barem 35 ocjenskih bodova od kojih barem 25 ocjenskih bodova mora biti iz kategorije **kolokviji** (vidi minimalne uvjete za pristup ispitu).

Na završnom ispitu je moguće ostvariti **maksimalno 30 ocjenskih bodova.**

Prag prolaznosti na završnom ispitu ne može biti manji od 50% uspješno riješenog ispita.

Završni ispit polaže se kao usmena provjera znanja.

Studenti koji tijekom nastave ostvare od 0 do 34,9 ocjenskih bodova ocjenjuju se ocjenom F (neuspješan), stoga ne mogu steći ECTS bodove i moraju ponovno upisati predmet. Isto vrijedi i za studente koji u tri ponuđena ispitna roka ne polože završni ispit.

2.2. Minimalni uvjeti za pristup ispitu/prolaznu ocjenu

AKTIVNOST KOJA SE BODUJE	MINIMALNI BROJ BODOVA
Kolokviji	25
Kontinuirana provjera znanja	-
UKUPNO:	35
OSTALI UVJETI:	/

2.3. Formiranje konačne ocjene

Na temelju ukupnog zbroja ocjenskih bodova stečenih tijekom nastave i na završnom ispitu određuje se konačna ocjena prema sljedećoj raspodjeli:

OCJENA	BODOVI
5 (A)	od 90 do 100 ocjenskih bodova
4 (B)	od 75 do 89,9 ocjenskih bodova
3 (C)	od 60 do 74,9 ocjenskih bodova
2 (D)	od 50 do 59,9 ocjenskih bodova
1 (F)	od 0 do 49,9 ocjenskih bodova

3. LITERATURA

3.1. Obvezna literatura

1. A. Gray, Modern Differential Geometry of Curves and Surfaces with *Mathematica*, CRC Press, Boca Raton-Boston-London-New York-Washington, 1998.
2. B. Žarinac-Frančula, Diferencijalna geometrija, Zbirka zadataka i repetitorij, Sveučilište u Zagrebu, Geodetski fakultet, Zagreb, 1980.

3.2. Dodatna literatura

1. M. Berger, Panoramic View of Riemannian Geometry, Springer Verlag, 2003.
2. W. Kuhnel, Differential Geometry: Curves - Surfaces - Manifolds, American Mathematical Society, 2002
3. J. Oprea, Differential Geometry and Its Applications, 2nd edition, Prentice Hall, 2003.
4. Pressley, Elementary Differential Geometry, Undergraduate Mathematics Series, Springer Verlag, 2001.

SVEUČILIŠTE U RIJECI
FAKULTET ZA MATEMATIKU

Sveučilište u Rijeci •Fakultet za matematiku
Radmile Matejčić 2 • 51 000 Rijeka • Hrvatska
T: (051) 584-650 • F: (051) 584-699
http://www.math.uniri.hr• e-adresa: math@math.uniri.hr

4. DODATNE INFORMACIJE O KOLEGIJU

4.1. Pohađanje nastave

Studenti smiju izostati s nastave, ali su dužni informirati se o nastavi s koje su izostali.
Ne tolerira se nikakav oblik remećenja nastave te korištenje mobitela za vrijeme nastave.

4.2. Način informiranja studenata

Svi relevantni podaci i obavijesti o kolegiju bit će objavljeni u na web stranici kolegija u sustavu Merlin: https://moodle.srce.hr/2026-2027. Osobna odgovornost studenta je biti redovito informiran.

4.3. Ostale relevantne informacije

Od studenata se očekuje visok stupanj samostalnosti i odgovornosti u radu. Tijekom rada na kolegiju poticat će se aktivni pristup učenju.

4.4. Način praćenja kvalitete i uspješnosti izvedbe kolegija

Kvaliteta održane nastave prati se u skladu s aktima Fakulteta za matematiku i Sveučilišta u Rijeci. Krajem semestra provodit će se anonimna anketa u kojoj će studenti evaluirati kvalitetu održane nastave iz ovog kolegija. Nakon završetka semestra provest će se analiza uspješnosti studenata iz ovog kolegija.

4.5. Ispitni rokovi

Ljetni	21.06.2027. 06.07.2027.
Jesenski	31.08.2027.

5. SATNICA IZVOĐENJA NASTAVE U AKADEMSKOJ GODINI 2025/2026.

DATUM	*VRIJEME*	*OBLIK NASTAVE*	*NAZIV TEME*	*GRUPA*	*PROSTORIJA*
2.3.2027.	16^{15}-17^{45}	V	Uvod u predmet. Skalarna i vektorska polja.		027
3.3.2027.	16^{15}-18^{45}	P	Parametrizacija i regularna parametrizacija krivulje u n-dimenzionalnom euklidskom prostoru. Reparametrizacija.		355
9.3.2027.	16^{15}-17^{45}	V	Ispitivanje regularnosti parametrizacije krivulje. Reparametrizacija regularne parametrizacije krivulje.		027
10.3.2027.	16^{15}-18^{45}	P	Duljina krivulje u n-dimenzionalnom euklidskom prostoru.		355
16.3.2027.	16^{15}-17^{45}	V	Izračunavanje duljine krivulje.		027
17.3.2027.	16^{15}-18^{45}	P	Tangenta i normala u točki na krivulji u n-dimenzionalnom euklidskom prostoru.		355
23.3.2027.	16^{15}-17^{45}	V	Izračunavanje tangente i normale u točki na krivulji u ravnini ili trodimenzionalnom prostoru.		027
24.3.2027.	16^{15}-18^{45}	P	Frenetov trobrid. Zakrivljenosti (fleksija i torzija).		355
30.3.2027.	16^{15}-17^{45}	V	Izračunavanje Frenetovog trobrida i zakrivljenosti.		027
31.3.2027.	16^{15}-18^{45}	P	Izvod Frenet-Serretovih formula.		355
6.4.2027.	16^{15}-17^{45}	V	Primjena Frenet-Serretovih formula.		027
7.4.2027.	16^{15}-18^{45}	P	Izvod formula za izračunavanje Frenetovog trobrida i zakrivljenosti na regularnoj parametrizaciji krivulje parametrizirane proizvoljnim parametrom.		355

SVEUČILIŠTE U RIJECI
FAKULTET ZA MATEMATIKU

Sveučilište u Rijeci •Fakultet za matematiku
Radmile Matejčić 2 • 51 000 Rijeka • Hrvatska
T: (051) 584-650 • F: (051) 584-699
http://www.math.uniri.hr• e-adresa: math@math.uniri.hr

13.4.2027.	16^{15}-17^{45}	V	Primjena formula za izračunavanje Frenetovog trobrida i zakrivljenosti na regularnoj parametrizaciji krivulje parametrizirane proizvoljnim parametrom.		027
14.4.2027.	16^{15}-18^{45}	P	Osnovni teorem teorije krivulja. Prirodna jednadžba krivulje.		355
20.4.2027.	16^{15}-17^{45}	V	Izračunavanje prirodne jednadžbe krivulje.		027
21.4.2027.	16^{15}-18^{45}	P	Parametrizacija i regularna parametrizacija plohe u trodimenzionalnom euklidskom prostoru.		355
27.4.2027.	16^{15}-17^{45}	V	**1. kolokvij**		027
28.4.2027.	16^{15}-18^{45}	P	Tangencijalna ravnina i plošna normala.		355
4.5.2027.	16^{15}-17^{45}	V	Ispitivanje regularnosti parametrizacije plohe. Izračunavanje tangencijalne ravnine i plošne normale.		027
5.5.2027.	16^{15}-18^{45}	P	Prva fundamentalna forma plohe.		355
11.5.2027.	16^{15}-17^{45}	V	Primjena prve fundamentalne forme plohe.		027
12.5.2027.	16^{15}-18^{45}	P	Gaussovo preslikavanje. Normalan i kosi presjek plohe.		355
18.5.2027.	16^{15}-17^{45}	V	Operator oblika plohe.		027
19.5.2027.	16^{15}-18^{45}	P	Druga fundamentalna forma plohe.		355
25.5.2027.	16^{15}-17^{45}	V	Primjena druge fundamentalne forme plohe.		027
26.5.2027.	16^{15}-18^{45}	P	Gaussova i srednja zakrivljenost. Glavne zakrivljenosti. Crte krivine (glavne krivulje zakrivljenosti).		355
1.6.2027.	16^{15}-17^{45}	V	Gaussova i srednja zakrivljenost. Glavne zakrivljenosti. Crte krivine (glavne krivulje zakrivljenosti).		027
2.6.2027.	16^{15}-18^{45}	P	Asimptotske i geodetske krivulje.		355
8.6.2027.	16^{15}-17^{45}	V	Izračunavanje asimptotskih i geodetskih krivulja na plohi.		027
7.6.2027.	16^{15}-18^{45}	P	**2. kolokvij**		027
15.6.2026.	16^{15}-17^{45}		**Popravni kolokviji**		355

Moguća su manja odstupanja u realizaciji izvedbenog plana.
Do 40% planirane nastave može biti održano online.

P – predavanja
AV – auditorne vježbe
VP – vježbe u praktikumu
MV – metodičke vježbe
S – seminari