

**Sveučilište u Rijeci • Fakultet za matematiku**

Radmile Matejčić 2 • 51 000 Rijeka • Hrvatska

T: (051) 584-650 • F: (051) 584-699

<http://www.math.uniri.hr> • e-adresa:

math@math.uniri.hr

## DETALJNI IZVEDBENI NASTAVNI PLAN KOLEGIJA

| Opće informacije                                       |                                                             |                      |
|--------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------|----------------------|
| <b>Naziv kolegija</b>                                  | Euklidski prostori                                          |                      |
| <b>Studijski program</b>                               | Sveučilišni prijediplomski studij Matematika                |                      |
| <b>Godina</b>                                          | 2.                                                          |                      |
| <b>Status kolegija</b>                                 | Obvezatan                                                   |                      |
| <b>Web stranica kolegija</b>                           | <a href="https://moodle.srce.hr">https://moodle.srce.hr</a> |                      |
| <b>Mogućnost izvođenja nastave na engleskom jeziku</b> | Postoji                                                     |                      |
| <b>Bodovna vrijednost i način izvođenja nastave</b>    | <b>ECTS koeficijent opterećenja studenata</b>               | 5                    |
|                                                        | <b>Broj sati (P+V+S)</b>                                    | 30+30+0              |
| <b>Nositelj kolegija</b>                               | <b>Ime i prezime</b>                                        | <b>Dean Crnković</b> |
|                                                        | <b>Ured</b>                                                 | O-310                |
|                                                        | <b>Vrijeme za konzultacije</b>                              | Prema dogovoru       |
|                                                        | <b>Telefon</b>                                              | 584-651              |
|                                                        | <b>e-adresa</b>                                             | deanc@math.uniri.hr  |
| <b>Suradnici na kolegiju</b>                           | <b>Ime i prezime</b>                                        | <b>Ana Grbac</b>     |
|                                                        | <b>Ured</b>                                                 | O-526                |
|                                                        | <b>Vrijeme za konzultacije</b>                              | Srijeda, 10:00-11:30 |
|                                                        | <b>Telefon</b>                                              | 584-660              |
|                                                        | <b>e-adresa</b>                                             | abaric@math.uniri.hr |

### 1. OPIS KOLEGIJA

#### 1.1. Ciljevi kolegija

Cilj ovog kolegija je upoznati studente s euklidskim prostorima. U tu svrhu u okviru kolegija je potrebno:

- definirati osnovne pojmove i svojstva afinih i euklidskih prostora,
- analizirati jednadžbe ravnina afinog prostora,
- analizirati presjke i spojeve k-ravnina i njihove dimenzije te opisati međusobne odnose k-ravnina,
- analizirati analitičku geometriju afinog i euklidskog prostora,
- definirati afini koordinatni sustav i opisati transformaciju afinih koordinatnih sustava,
- opisati konveksne skupove te definirati i razlikovati paralelotope i simplekse kao podskupove afinog prostora,
- analizirati afina preslikavanja, njihova svojstva i analitički prikaz,
- analizirati analitičku geometriju i izometrije euklidskih prostora,
- analizirati postupak određivanja volumena simpleksa i paralelotopa,
- definirati izometričke operatore i grupe simetrija.

#### 1.2. Korelativnost i korespondentnost kolegija

Program kolegija Euklidski prostori u korelaciji je s kolegijima Linearna algebra 1 i 2.

#### 1.3. Očekivani ishodi učenja za kolegij

Nakon odslušanog predmeta i položenog ispita studenti će biti u stanju:

11. razlikovati pojmove afinih i euklidskih prostora te argumentirano primijeniti odgovarajuća svojstva u rješavanju zadataka (A6, B5, C6, D6, E5, F5),

12. provesti postupke dobivanja odgovarajućih jednadžbi  $k$ -dimenzionalnih ravnina afinog prostora (A5, B5, C6, D6, E5, F4),
13. razlikovati međusobne odnose  $k$ -ravnina te argumentirano odrediti presjke i spojeve ravnina u afinom prostoru (A6, B6, C5, D6, E5, F6),
14. uvesti i argumentirano primijeniti analitičku geometriju afinog prostora i transformacije afinih koordinatnih sustava (A6, B6, C5, D5, E5, F5),
15. klasificirati osnovne konveksne skupove točaka u  $n$ -dimenzionalnom afinom prostoru i argumentirano primijeniti svojstva konveksnih skupova afinih prostora prilikom rješavanja zadataka (A5, B6, C6, D5, E5, F5),
16. argumentirano primijeniti definiciju afinog preslikavanja i njegov analitički prikaz prilikom rješavanja zadataka (A5, B6, C6, D5, E5, F5),
17. analizirati svojstva i preslikavanja  $n$ -dimenzionalnog euklidskog prostora, posebno izometrije euklidskog prostora te izometričke operatore (A6, B6, C6, D5, E6, F6),
18. argumentirano primijeniti obrađena svojstva, postupke i formule prilikom rješavanja zadataka (A6, B6, C5, D5, E5, F4),
19. matematički dokazati utemeljenost svih postupaka i formula kojima se služe u okviru ovog kolegija (A7, B6, C6, D6, E5, F5).

#### 1.4. Okvirni sadržaj kolegija

Pojam afinog i euklidskog prostora. Afini potprostori ( $k$ -ravnine). Presjek i suma afinih potprostora i njihova dimenzija. Paralelnost. Koordinatni sustav u  $A^n$ . Transformacije koordinatnog sustava. Jednadžba hiperravnine i pravca. Konveksnost. Poluprostori. Paralelotopi. Simpleksi. Afina preslikavanja. Translacija. Euklidski prostor. Pravokutni koordinatni sustav. Udaljenost dviju točaka. Kut dvaju pravaca, pravca i  $k$ -ravnine. Okomitost pravca i  $k$ -ravnine, okomitost ravnina. Udaljenost točke od  $k$ -ravnine. Kut dviju ravnina. Volumen paralelotopa. Izometrije u  $E^n$ . Izometrički operatori. Grupa izometrija. Sukladnost. Pomaci. Translacije i centralne simetrije. Rotacije. Simetrije u odnosu na hiperravnine. Teorem o dekompoziciji izometrije.

#### 1.5. Vrste izvođenja nastave

- ☒ predavanja  
☐ seminari i radionice  
☒ vježbe  
☒ e-učenje  
☐ terenska nastava  
☐ praktična nastava  
☐ praktikumska nastava

- ☒ samostalni zadaci  
☒ multimedija i mreža  
☐ laboratorijski rad  
☐ projektna nastava  
☐ mentorski rad  
☒ konzultativna nastava  
☐ ostalo \_\_\_\_\_

#### 1.6. Komentari

#### 1.7. Oblici praćenja studenata i način vrednovanja rada studenata tijekom nastave

KOLOKVIJI (52 boda)

Tijekom semestra pisat će se **dva kolokvija**. Na svakom kolokviju student će moći skupiti maksimalno **26 bodova**.

Na kraju semestra održat će se popravni kolokvij. Bodovi ostvareni na popravnom kolokviju zamjenjuju prethodno ostvarene bodove.

TESTOVI (18 bodova)

Tijekom semestra održat će se **tri nenajavljena testa**.

ZAVRŠNI ISPIT (30 bodova)

Završni ispit nosi najviše 30 bodova. Ispitni prag za prolazak je 50%.

#### 1.8. Konstruktivno povezivanje

| ISHODI UČENJA | SADRŽAJ                                      | NASTAVNE AKTIVNOSTI               | METODE VREDNOVANJA                   |
|---------------|----------------------------------------------|-----------------------------------|--------------------------------------|
| I1            | Pojam afinog i euklidskog prostora.          | Kroz predavanja, audiorne vježbe, | pisane provjere znanja, usmeni ispit |
| I2            | Afini potprostori ( $k$ -ravnine). Jednadžba |                                   |                                      |

|    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                                                                                                                                                                                                             |  |
|----|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|
|    | hiperravnine i pravca.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | <p>rasprave i samostalni rad primjenjivat će se sljedeće metode učenja i poučavanja: metoda demonstracije, metoda usmenog izlaganja, metoda razgovora, metoda pisanja, metoda čitanja i rada na tekstu.</p> |  |
| I3 | Presjek i suma afinih potprostora i njihova dimenzija. Paralelnost.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |                                                                                                                                                                                                             |  |
| I4 | Koordinatni sustav u $A^n$ . Transformacije koordinatnog sustava.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |                                                                                                                                                                                                             |  |
| I5 | Konveksnost. Poluprostori. Paralelotopi. Simpleksi.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |                                                                                                                                                                                                             |  |
| I6 | Afina preslikavanja.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |                                                                                                                                                                                                             |  |
| I7 | Euklidski prostor. Pravokutni koordinatni sustav. Udaljenost dviju točaka. Kut dvaju pravaca, pravca i k-ravnine. Okomitost pravca i k-ravnine, okomitost ravnina. Udaljenost točke od k-ravnine. Kut dviju ravnina. Volumen paralelotopa. Izometrije u $E^n$ . Izometrički operatori. Grupa izometrija. Sukladnost. Pomaci. Translacije i centralne simetrije. Rotacije. Simetrije u odnosu na hiperravnine. Teorem o dekompoziciji izometrije. |                                                                                                                                                                                                             |  |
| I8 | Cjelokupni sadržaj kolegija.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |                                                                                                                                                                                                             |  |
| I9 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                                                                                                                                                                                                             |  |

## 2. SUSTAV OCJENJIVANJA

### 2.1. Ocjenjivanje i vrednovanje rada studenata tijekom nastave te način polaganja ispita

Rad studenta na predmetu će se vrednovati i ocjenjivati tijekom nastave i na završnom ispitu. **Ukupan broj bodova koje student može ostvariti tijekom nastave je 70** (ocjenjuju se opisane aktivnosti studenata). Kroz sve oblike kontinuiranog praćenja i vrednovanja studenata tijekom nastave treba ukupno skupiti barem 50% ocjenskih bodova da bi se moglo pristupiti ispitu. Također, student mora ispuniti minimalne uvjete za pristup ispitu. Na završnom ispitu je moguće ostvariti **maksimalno 30 bodova**. Prag prolaznosti na završnom ispitu ne može biti manji od 50% uspješno riješenog ispita. Ispit se polaže kao usmena provjera znanja.

Studenti koji tijekom nastave ostvare od 0% do 49,9% ocjenskih bodova koje je bilo moguće steći kroz oblike kontinuiranog praćenja i vrednovanja studenata ocjenjuju se ocjenom F (neuspješan), ne mogu steći ECTS bodove i moraju ponovno upisati predmet. Isto vrijedi i za studente koji u tri ponuđena ispitna roka ne polože završni ispit.

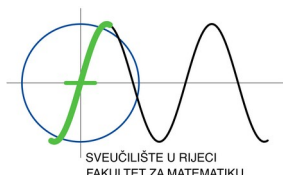
### 2.2. Minimalni uvjeti za pristup ispitu/prolaznu ocjenu

| AKTIVNOST KOJA SE BODUJE | MINIMALNI BROJ BODOVA |
|--------------------------|-----------------------|
| Kolokviji                | 21                    |
| Testovi                  | -                     |
| <b>UKUPNO:</b>           | <b>35</b>             |
| <b>OSTALI UVJETI:</b>    | <b>/</b>              |

### 2.3. Formiranje konačne ocjene

Na temelju ukupnog zbroja ocjenskih bodova stečenih tijekom nastave i na završnom ispitu određuje se konačna ocjena prema sljedećoj raspodjeli:

| OCJENA | BODOVI                         |
|--------|--------------------------------|
| 5 (A)  | od 90 do 100 ocjenskih bodova  |
| 4 (B)  | od 75 do 89,9 ocjenskih bodova |
| 3 (C)  | od 60 do 74,9 ocjenskih bodova |



|       |                                |
|-------|--------------------------------|
|       |                                |
| 2 (D) | od 50 do 59,9 ocjenskih bodova |
| 1 (F) | od 0 do 49,9 ocjenskih bodova  |

### 3. LITERATURA

#### 3.1. Obvezna literatura

1. S. Kurepa: Konačno-dimenzionalni vektorski prostori i primjene, Liber, Zagreb, 1992.
2. M. Polonijo et al., Euklidski prostori, skripta, <http://web.math.hr/nastava/eukl/EP.pdf>

#### 3.2. Dodatna literatura

1. M. Audin: Geometry, Springer-Verlag, Heidelberg, 2002.
2. D.M. Bloom: Linear Algebra and Geometry, Cambridge University Press, Cambridge, 1988.
3. K.W. Gruenberg, A.J. Weir: Linear Geometry, Springer, New York, 1977.
4. P.J. Ryan, Euclidean and non-Euclidean Geometry – an analytic approach, Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1991.

### 4. DODATNE INFORMACIJE O KOLEGIJU

#### 4.1. Pohađanje nastave

Ne tolerira se nikakav oblik remećenja nastave te korištenje mobitela za vrijeme nastave.

#### 4.2. Način informiranja studenata

Svi relevantni podaci i obavijesti o kolegiju bit će objavljeni u okviru online kolegija. Osobna odgovornost studenta je biti redovito informiran.

#### 4.3. Ostale relevantne informacije

Od studenata se očekuje visok stupanj samostalnosti i odgovornosti u radu. Tijekom rada na kolegiju poticat će se aktivni pristup učenju.

Prilikom izrade zadataka predviđenih planom i programom kolegija studenti se ne smiju služiti tuđim tekstom kao svojim. Svako neovlašteno preuzimanje tuđega teksta bez navođenja izvora smatra se intelektualnom krađom i podložno je sankcijama predviđenim važećim aktima! Uratke koje studenti budu slali putem sutava Merlin trebaju pripremiti prema uputi koju će dobiti na nastavi.

#### 4.4. Način praćenja kvalitete i uspješnosti izvedbe kolegija

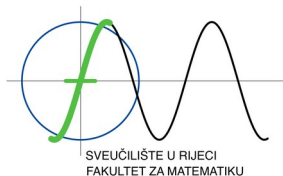
Kvaliteta održane nastave prati se u skladu s aktima Fakulteta za matematiku i Sveučilišta u Rijeci. Krajem semestra provodit će se anonimna anketa u kojoj će studenti evaluirati kvalitetu održane nastave iz ovog kolegija. Nakon završetka semestra provest će se analiza uspješnosti studenata iz ovog kolegija.

#### 4.5. Ispitni rokovi

|                   |                                       |
|-------------------|---------------------------------------|
| <b>Zimski</b>     | 8.2.2027. u 10:00, 22.2.2027. u 10:00 |
| <b>Izvanredni</b> | 18.3.2027. u 14:00                    |
| <b>Jesenski</b>   | 2.9.2027. u 10:00                     |

### 5. SATNICA IZVOĐENJA NASTAVE U AKADEMSKOJ GODINI 2026/2027.

| DATUM | VRIJEME | OBLIK<br>NASTAV<br>E | NAZIV TEME | GRUPA | PROSTORI<br>A |
|-------|---------|----------------------|------------|-------|---------------|
|-------|---------|----------------------|------------|-------|---------------|



## Sveučilište u Rijeci • Fakultet za matematiku

Radmile Matejčić 2 • 51 000 Rijeka • Hrvatska

T: (051) 584-650 • F: (051) 584-699

<http://www.math.uniri.hr> • e-adresa:

math@math.uniri.hr

|             |             |    |                                                              |     |       |
|-------------|-------------|----|--------------------------------------------------------------|-----|-------|
| 1.10.2026.  | 10:15-11:45 | P  | Uvodno predavanje. Definicija afinog prostora.               | Svi | O-027 |
| 6.10.2026.  | 14:15-15:45 | AV | Definicija afinog prostora. Afini potprostori.               | Svi | O-S31 |
| 8.10.2026.  | 10:15-11:45 | P  | Afina potprostori. Grassmanova formula.                      | Svi | O-S31 |
| 13.10.2026. | 14:15-15:45 | AV | Afina potprostori. Grassmanova formula.                      | Svi | O-S31 |
| 15.10.2026. | 10:15-11:45 | P  | Transformacije koordinatnog sustava.                         | Svi | O-S31 |
| 20.10.2026. | 14:15-15:45 | AV | Transformacije koordinatnog sustava.                         | Svi | O-S31 |
| 22.10.2026. | 10:15-11:45 | P  | Jednadžbe ravnina.                                           | Svi | O-S31 |
| 27.10.2026. | 14:15-15:45 | AV | Jednadžbe ravnina.                                           | Svi | O-S31 |
| 29.10.2026. | 10:15-11:45 | P  | Jednadžbe ravnina.                                           | Svi | O-S31 |
| 3.11.2026.  | 14:15-15:45 | AV | Jednadžbe ravnina.                                           | Svi | O-S31 |
| 5.11.2026.  | 10:15-11:45 | P  | Konveksnost. Poluprostori.                                   | Svi | O-S31 |
| 10.11.2026. | 14:15-15:45 | AV | Jednadžbe ravnina.                                           | Svi | O-S31 |
| 12.11.2026. | 10:15-11:45 | P  | Paralelotopi.                                                | Svi | O-S31 |
| 17.11.2026. | 14:15-15:45 |    | <b>1. kolokvij</b>                                           | Svi | O-S31 |
| 19.11.2026. | 10:15-11:45 | P  | Simpleksi.                                                   | Svi | O-S31 |
| 24.11.2026. | 14:15-15:45 | AV | Konveksnost. Baricentričke koordinate. Poluprostori.         | Svi | O-S31 |
| 26.11.2026. | 10:15-11:45 | P  | Afina preslikavanja.                                         | Svi | O-S31 |
| 1.12.2026.  | 14:15-15:45 | AV | Paralelotopi. Simpleksi.                                     | Svi | O-S31 |
| 3.12.2026.  | 10:15-11:45 | P  | Definicija euklidskog prostora.                              | Svi | O-S31 |
| 8.12.2026.  | 14:15-15:45 | AV | Afina preslikavanja. Analitički prikaz afinog preslikavanja. | Svi | O-S31 |
| 10.12.2026. | 10:15-11:45 | P  | Okomitost ravnina.                                           | Svi | O-S31 |
| 15.12.2026. | 14:15-15:45 | AV | Definicija euklidskog prostora. Okomitost ravnina.           | Svi | O-S31 |
| 17.12.2026. | 10:15-11:45 | P  | Udaljenost točke od ravnine. Kut dviju ravnina.              | Svi | O-S31 |
| 22.12.2026. | 14:15-15:45 | AV | Udaljenost točke od ravnine. Kut dviju ravnina.              | Svi | O-S31 |
| 7.1.2027.   | 10:15-11:45 | P  | Volumen paralelotopa.                                        | Svi | O-S31 |
| 12.1.2027.  | 14:15-15:45 | AV | Volumen paralelotopa. Volumen simpleksa.                     | Svi | O-S31 |
| 14.1.2027.  | 10:15-11:45 | P  | Izometrije.                                                  | Svi | O-S31 |
| 19.1.2027.  | 14:15-15:45 |    | <b>2. kolokvij</b>                                           | Svi | O-S31 |
| 21.1.2027.  | 10:15-11:45 | P  | Izometrije.                                                  | Svi | O-S31 |
| 26.1.2027.  | 14:15-15:45 |    | <b>Popravni kolokvij</b>                                     | Svi | O-S31 |
| 28.1.2027.  | 10:15-11:45 | P  | Izometrije.                                                  | Svi | O-S31 |

Moguća su manja odstupanja u realizaciji izvedbenog plana.  
Do 40% planirane nastave može biti održano online.

P – predavanja  
AV – auditorne vježbe  
VP – vježbe u praktikumu  
MV – metodičke vježbe  
S – seminari