SVEUČILIŠTE U RIJECI
FAKULTET ZA MATEMATIKU

Sveučilište u Rijeci •Fakultet za matematiku
Radmile Matejčić 2 • 51 000 Rijeka • Hrvatska
T: (051) 584-650 • F: (051) 584-699
http://www.math.uniri.hr• e-adresa: math@math.uniri.hr

DETALJNI IZVEDBENI NASTAVNI PLAN KOLEGIJA

Opće informacije		
Naziv kolegija	**Linearno programiranje**	
Studijski program	Sveučilišni diplomski studij Matematika, smjer nastavnički Sveučilišni diplomski studij Matematika i informatika, smjer nastavnički Sveučilišni diplomski studij Diskretna matematika i primjene	
Godina	I.	
Status kolegija	Obvezatan	
Web stranica kolegija	https://moodle.srce.hr	
Mogućnost izvođenja nastave na engleskom jeziku	Da, prema potrebi	
Bodovna vrijednost i način izvođenja nastave	***ECTS koeficijent opterećenja studenata***	**6**
	Broj sati (P+V+S)	30+30+0
Nositelj kolegija	***Ime i prezime***	**Ana Jurasić**
	Ured	O-304
	Vrijeme za konzultacije	Po potrebi i prema dogovoru e-mailom
	Telefon	584-662
	e-adresa	ajurasic@math.uniri.hr
Suradnici na kolegiju	***Ime i prezime***	**Matea Zubović Žutolija**
	Ured	O-526
	Vrijeme za konzultacije	Po potrebi i prema dogovoru e-mailom
	Telefon	584-687
	e-adresa	matea.zubovic@math.uniri.hr

1. OPIS KOLEGIJA

1.1. Ciljevi kolegija

Osnovni cilj ovoga kolegija je upoznati studente s modeliranjem, rješavanjem i interpretiranjem realnih problema koji se mogu svesti na problem linearnog programiranja. Također, ciljevi kolegija su da studenti upoznaju i usvoje:

- osnovne tipove problema linearnog programiranja;
- osnovne principe i algoritme za rješavanje problema minimuma i maksimuma;
- pojmove vezane uz dualni zadatak linearnog programiranja;
- osnovne pojmove matričnih igara;
- vezu linearnog programiranja i teorije igara;
- osnove cjelobrojnog programiranja;
- osnove konveksnog programiranja.

1.2. Korelativnost i korespondentnost kolegija

Nema uvjeta za upis predmeta. Predmet je u korelaciji s kolegijima Linearna algebra 1 i 2.

SVEUČILIŠTE U RIJECI
FAKULTET ZA MATEMATIKU

Sveučilište u Rijeci •Fakultet za matematiku
Radmile Matejčić 2 • 51 000 Rijeka • Hrvatska
T: (051) 584-650 • F: (051) 584-699
http://www.math.uniri.hr• e-adresa: math@math.uniri.hr

1.3. Očekivani ishodi učenja za kolegij

Očekuje se da će studenti nakon odslušanog kolegija i položenog ispita moći:

I1. klasificirati osnovne konveksne skupove točaka u *n*-dimenzionalnom euklidskom prostoru i opisati odgovarajuće analitičke metode rješavanja problema linearnog programiranja (A6, B6, C6, D6, E6, F6),
I2. argumentirano primijeniti svojstava linearne (afine) funkcije na problem linearnog programiranja (A6, B6, C6, D6, E6, F6),
I3. kreirati funkciju cilja kod jednostavnijih problema linearnog programiranja (A6, B6, C6, D6, E6, F6),
I4. argumentirano primijeniti razne algoritme za određivanje ekstrema linearne funkcije na konveksnom skupu (A6, B6, C6, D6, E6, F6),
I5. riješiti dualni zadatak linearnog programiranja (A6, B6, C6, D6, E6, F6),
I6. argumentirano primijeniti Simplex algoritam (A6, B6, C6, D6, E6, F6),
I7. analizirati koncept matričnih igara (A6, B6, C6, D6, E6, F6),
I8. rješavati zadatke cjelobrojnog programiranja (A6, B6, C6, D6, E6, F6),
I9. analizirati osnove konveksnog programiranja (A6, B6, C6, D6, E6, F6),
I10. primjenjivati odgovarajući programski paket pri rješavanju problema linearnog programiranja (A6, B6, C6, D6, E6, F6).

1.4. Okvirni sadržaj kolegija

Konveksni skupovi u $\mathbb{R}^n$. Poliedarski skupovi. Jordanova metoda rješavanja susatava jednadžbi. Osnovni problemi linearnog programiranja. Fourie-Motzkinova i neke grafičke metode rješavanja problema linearnog programiranja. Simplex metoda. Slučaj degeneracije. Dualna simplex metoda. Parametarsko linearno programiranje. Dualnost. Cjelobrojno linearno programiranje. Izabrane primjene linearnog programiranja (transportni problem, assignment problem). Osnovne teorije matričnih igara. Veza linearnog programiranja i teorije igara. Osnove konveksnog programiranja.

1.5. Vrste izvođenja nastave	☒ predavanja ☐ seminari i radionice ☒ vježbe ☒ e-učenje ☐ terenska nastava ☐ praktična nastava ☐ praktikumska nastava	☒ samostalni zadaci ☒ multimedija i mreža ☐ laboratorijski rad ☐ projektna nastava ☐ mentorski rad ☐ konzultativna nastava ☐ ostalo _____
1.6. Komentari	Vježbe iz ovog kolegija izvodit će se u auditornom obliku (10 sati) i na računalima (20 sati).	

1.7. Oblici praćenja studenata i način vrednovanja rada studenata tijekom nastave

KOLOKVIJI

- Tijekom semestra bit će dana dva (pismena) kolokvija sa zadacima iz linearnog programiranja.
- U kolokviju se provjerava znanje usvojeno do kolokvijskog tjedna - termini kolokvija navedeni su u tablici 5.
- Na svakom od kolokvija moguće je ostvariti maksimalno 25 bodova. Dakle, **kroz kolokvije moguće je ostvariti maksimalno 50 bodova.**
- Svaki kolokvij traje 120 minuta.
- Na kraju semestra, u dogovorenom terminu, za studente koji iz kolokvija nisu skupili dovoljan broj bodova bit će organiziran popravni kolokvij. Svaki student može pristupiti nadoknadi samo jednog od dva kolokvija. Pristupom na popravni kolokvij brišu se ranije ostvareni bodovi iz kolokvija koji se ponavlja i zamjenjuju se bodovima ostvarenim na ponovljenom kolokviju.

TESTOVI NA VJEŽBAMA

- Kvaliteta sudjelovanja u radu na vježbama provjeravat će se dva puta tijekom semestra. Provjere će se sastojati od pismenog testa znanja, kojim će se provjeravati koliko je svladano gradivo s vježbi.
- Detaljne upute za obje provjere studenti će dobiti na nastavi te na online kolegiju.

Sveučilište u Rijeci •Fakultet za matematiku
Radmile Matejčić 2 • 51 000 Rijeka • Hrvatska
T: (051) 584-650 • F: (051) 584-699
http://www.math.uniri.hr• e-adresa: math@math.uniri.hr

• Svaka od navedenih provjera bodovat će se s **najviše 5 bodova – ukupno najviše 10 bodova**.

PROJEKTNI ZADATAK

• Tijekom semestra studenti će dobiti projektni zadatak vezan uz gradivo kolegija, s naglaskom na primjenu linearnog programiranja i teorije igara.
• Detaljne upute o sadržaju, načinu izrade, rokovima predaje i kriterijima vrednovanja studenti će dobiti na nastavi i na online kolegiju.
• Projektni zadatak bodovat će se s **najviše 10 bodova**.

1.8. Konstruktivno povezivanje

ISHODI UČENJA	SADRŽAJ	NASTAVNE AKTIVNOSTI	METODE VREDNOVANJA
I1	Konveksni skupovi u $\mathbb{R}^n$. Pojam konveksnog poliedarskog skupa. Geometrija linearnog programiranja. Konveksne kombinacije i konveksna ljuska. Grafička metoda rješavanja LP problema. Fourier-Motzkinova metoda. Simplex metoda.	Kroz predavanja, auditorne vježbe, vježbe na računalima i samostalni rad primjenjivat će se sljedeće metode učenja i poučavanja: metoda usmenog izlaganja, metoda demonstracija, metoda crtanja, metoda razgovora, metoda čitanja i rada na tekstu te projektna metoda učenja.	Pisane provjere znanja, usmene provjere znanja i provjere znanja na računalu, projektni zadaci
I2	Standardni oblik problema linearnog programiranja. Grafička metoda rješavanja LP problema. Kanonski oblik problema linearnog programiranja.		
I3	Standardni oblik problema linearnog programiranja. Kanonski oblik problema linearnog programiranja. Problemi kombinatorne optimizacije. Izabrane primjene linearnog programiranja.		
I4	Grafička metoda rješavanja LP problema. Fourier-Motzkinova metoda. Simplex metoda. Problemi kombinatorne optimizacije. Transportni problem. Cjelobrojno pogramiranje.		
I5	Dualnost. Dualna simpleks metoda.		
I6	Simpleks metoda. Dualna simpleks metoda.		
I7	Uvod u teoriju igara. Matrične igre. Grafičko rješavanje matričnih igara. Veza linearnog programiranja i teorije igara.		
I8	Cjelobrojno pogramiranje. Problemi kombinatorne optimizacije.		
I9	Konveksno programiranje.		
I10	Cjelokupni sadržaj kolegija.		

2. SUSTAV OCJENJIVANJA

2.1. Ocjenjivanje i vrednovanje rada studenata tijekom nastave te način polaganja ispita

Rad studenta na predmetu će se vrednovati i ocjenjivati tijekom nastave i na završnom ispitu. **Ukupan broj bodova koje student može ostvariti tijekom nastave je 70** (ocjenjuju se opisane aktivnosti studenata). Kroz sve oblike kontinuiranog praćenja i vrednovanja studenata tijekom nastave treba ukupno skupiti barem 50%

Sveučilište u Rijeci •Fakultet za matematiku
Radmile Matejčić 2 • 51 000 Rijeka • Hrvatska
T: (051) 584-650 • F: (051) 584-699
http://www.math.uniri.hr• e-adresa: math@math.uniri.hr

ocjenskih bodova da bi se moglo pristupiti ispitu. Također, student mora ispuniti minimalne uvjete za pristup ispitu. Na ispitu je moguće ostvariti **maksimalno 30 bodova.** Prag prolaznosti na završnom ispitu je 50% uspješno riješenog ispita. Ispit se polaže kao pisana ili usmena provjera znanja.

Studenti koji tijekom nastave ostvare od 0% do 49,9% ocjenskih bodova koje je bilo moguće steći kroz oblike kontinuiranog praćenja i vrednovanja studenata ocjenjuju se ocjenom F (neuspješan), ne mogu steći ECTS bodove i moraju ponovno upisati predmet. Isto vrijedi i za studente koji u tri ponuđena ispitna roka ne polože završni ispit.

2.2. Minimalni uvjeti za pristup ispitu/prolaznu ocjenu

AKTIVNOST KOJA SE BODUJE	MINIMALNI BROJ BODOVA
Kolokviji	25
UKUPNO:	**35** (treba skupiti navedeni minimalni broj bodova iz kolokvija te ukupan zbroj bodova mora biti barem 35)
OSTALI UVJETI:	/

2.3. Formiranje konačne ocjene

Na temelju ukupnog zbroja ocjenskih bodova stečenih tijekom nastave i na završnom ispitu određuje se konačna ocjena prema sljedećoj raspodjeli:

OCJENA	BODOVI
5 (A)	od 90 do 100 ocjenskih bodova
4 (B)	od 75 do 89,9 ocjenskih bodova
3 (C)	od 60 do 74,9 ocjenskih bodova
2 (D)	od 50 do 59,9 ocjenskih bodova
1 (F)	od 0 do 49,9 ocjenskih bodova

3. LITERATURA

3.1. Obvezna literatura

1. F, S. Hillier, G. J. Lieberman, Introduction to Operations Research, Ninth Edition, McGraw Hill, New York, 2010.
2. N. Limić, H. Pašagić, Č. Rnjak, Linearno i nelinearno programiranje, Informator, Zagreb, 1978.
3. R. J. Vanderbei, Linear programming: foundations and extensions, 2nd ed., Kluwer, 2001. **(**On-line izdanje dostupno na adresi https://faculty.kfupm.edu.sa/coe/tarek/coe549/LectureSlides/Linear%20Programming.pdf)
4. P. R. Thie, E. K. Gerard, An Introduction to Linear Programming and Game Theory, 3rd ed., John Wiley & Sons, 2008. (On-line izdanje dostupno na adresi https://zalamsyah.staff.unja.ac.id/wp-content/uploads/sites/286/2019/11/9-An-Introduction-to-Linear-Programming-and-Game-Theory-Thie-Kagouh.pdf)

3.2. Dodatna literatura

1. D. C. Vella, An Invitation to Linear Programming and Game Theory, Cambridge University Press, 2021.
2. K. Murty, Linear and Combinatorial Programming, John Wiley and Sons, New York, 1983.
3. Lavoslav Čaklović: Geometrija linearnog programiranja, Element, Zagreb, 2010.

4. DODATNE INFORMACIJE O KOLEGIJU

4.1. Pohađanje nastave

Studenti su dužni informirati se o nastavi s koje su izostali. Ne tolerira se nikakakav oblik remećenja nastave te korištenje mobitela za vrijeme nastave.

4.2. Način informiranja studenata

Svi relevantni podaci i obavijesti o kolegiju bit će objavljeni u okviru online kolegija. Osobna odgovornost studenta je biti redovito informiran.

SVEUČILIŠTE U RIJECI
FAKULTET ZA MATEMATIKU

Sveučilište u Rijeci •Fakultet za matematiku
Radmile Matejčić 2 • 51 000 Rijeka • Hrvatska
T: (051) 584-650 • F: (051) 584-699
http://www.math.uniri.hr• e-adresa: math@math.uniri.hr

4.3. Ostale relevantne informacije

Od studenata se očekuje visok stupanj samostalnosti i odgovornosti u radu. Tijekom rada na kolegiju poticat će se poučavanje usmjereno studentu i aktivni pristup učenju.
Prilikom izrade zadataka predviđenih planom i programom kolegija studenti se ne smiju služiti tuđim tekstom kao svojim. Svako neovlašteno preuzimanje tuđega teksta bez navođenja izvora smatra se intelektualnom krađom i podložno je sankcijama predviđenim važećim aktima!

4.4. Način praćenja kvalitete i uspješnosti izvedbe kolegija

Kvaliteta održane nastave prati se u skladu s aktima Fakulteta za matematiku i Sveučilišta u Rijeci. Krajem semestra provodit će se anonimna anketa u kojoj će studenti evaluirati kvalitetu održane nastave iz ovog kolegija. Nakon završetka semestra provest će se analiza uspješnosti studenata iz ovog kolegija.

4.5. Ispitni rokovi

Zimski	**4.2.2027.** u 9:00 sati **18.2.2027.** u 9:00 sati
Izvanredni	**11.3.2027.**
Jesenski	**3.9.2027.** u 9:00 sati

5. SATNICA IZVOĐENJA NASTAVE U AKADEMSKOJ GODINI 2026/2027.

DATUM	*VRIJEME*	*OBLIK NASTAVE*	*NAZIV TEME*	*GRUPA*	*PROSTORIJA*
2.10.2026.	12:15-13:45	P	Standardni oblik problema linearnog programiranja. Konveksni skupovi u $\mathbb{R}^n$. Pojam konveksnog poliedarskog skupa.	Svi	O-356
6.10.2026.	10:15-11:45	V	Standardni oblik problema linearnog programiranja. Konveksni skupovi u $\mathbb{R}^n$.	Svi	O-363
9.10.2026.	12:15-13:45	P	Geometrija linearnog programiranja	Svi	O-356
13.10.2026.	10:15-11:45	V	Uvod u Python. Konveksne kombinacije i konveksna ljuska.	Svi	O-363
16.10.2026.	12:15-13:45	P	Linearne jednadžbe i bazična moguća rješenja	Svi	O-356
20.10.2026.	10:15-11:45	V	Grafička metoda rješavanja LP problema	Svi	O-363
23.10.2026.	12:15-13:45	P	Uvod u Simpleks metodu	Svi	O-356
27.10.2026.	10:15-11:45	V	Fourier-Motzkinova metoda. Kanonski oblik LP problema. Bazična rješenja i ekstremne točke.	Svi	O-363
30.10.2026.	12:15-13:45	P	Teorija Simplex metode	Svi	O-356
3.11.2026.	10:15-11:45	V	Gauss-Jordanova metoda rješavanja sustava jednadžbi. Uvod u Simpleks metodu.	Svi	O-363
6.11.2026.	12:15-13:45	P	Simpleks tablice i primjeri	Svi	O-356
10.11.2026.	10:15-11:45	V	Simpleks metoda	Svi	O-363
13.11.2026.	12:15-13:45	P	Dualnost	Svi	O-356
17.11.2026.	10:15-11:45	V	Simpleks metoda. Network Simpleks metoda.	Svi	O-363
20.11.2026.	12:15-13:45	P	Dualna Simpleks metoda	Svi	O-356
24.11.2026.	10:00-12:00	V	**Prvi kolokvij**	Svi	O-363
27.11.2026.	12:15-13:45	P	Analiza osjetljivosti	Svi	O-356
1.12.2026.	10:15-11:45	V	Dualna simpleks metoda	Svi	O-363
4.12.2026.	12:15-13:45	P	Uvod u teoriju matričnih igara. Igre za dva igrača s nula sumom.	Svi	O-356
8.12.2026.	10:15-11:45	V	Parametarsko linearno programiranje	Svi	O-363
11.12.2026.	12:15-13:45	P	Osnovni teorem matičnih igara. Grafičko rješavanje matričnih igara. Neki principi odlučivanja u teoriji igara.	Svi	O-356
15.12.2026.	10:15-11:45	V	Uvod u teoriju igara	Svi	O-363
18.12.2026.	12:15-13:45	P	Druge teme u teoriji igara	Svi	O-356

SVEUČILIŠTE U RIJECI
FAKULTET ZA MATEMATIKU

Sveučilište u Rijeci •Fakultet za matematiku
Radmile Matejčić 2 • 51 000 Rijeka • Hrvatska
T: (051) 584-650 • F: (051) 584-699
http://www.math.uniri.hr• e-adresa: math@math.uniri.hr

22.12.2026.	10:15-11:45	V	Matrične igre	Svi	O-363
8.1.2027.	12:15-13:45	V	Cjelobrojno programiranje	Svi	O-363
12.1.2027.	10:15-11:45	P	Cjelobrojno pogramiranje. Problemi kombinatorne optimizacije.	Svi	O-363
15.1.2027.	12:00-14:00	V	**Drugi kolokvij**	Svi	O-363
19.1.2027.	10:15-11:45	P	Izabrane primjene linearnog programiranja.	Svi	O-363
22.1.2027.	12:00-14:00	V	**Prezentiranje projektnih zadataka.**	Svi	O-363
26.1.2027.	12:15-13:45	V	**Popravni kolokvij**	Svi	O-363
29.1.2027.	10:15-11:45	P	Osnove konveksnog programiranja. Problem najmanjih kvadrata.	Svi	O-363

Moguća su manja odstupanja u realizaciji izvedbenog plana.
Do 40% planirane nastave može biti održano online.

P – predavanja
AV – auditorne vježbe
VP – vježbe u praktikumu
MV – metodičke vježbe
S – seminari